

## ПІДХІД ДО ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ УПРАВЛІННЯ ПОВЕДІНКОЮ КОНТРОЛERA ПРИНЦИПАЛОМ У СИСТЕМІ АГЕНТСЬКИХ ВЗАЄМОВІДНОСИН

СОКОЛОВСЬКИЙ Д. Б.  
кандидат економічних наук

ДОНЕЦЬК

Темою пропонованого дослідження є проблема визначення оптимальних параметрів управління з боку замовника у системі агентських взаємин. Подібна ситуація притаманна, наприклад, таким предметним галузям, як контроль за збиранням податків, системі загальнообов'язкового страхування тощо. Науковим підґрунтям дослідження слугує аналіз взаємодії суб'єктів у межах теоретико-ігрової моделі *tax evasion* [1], розширеної за рахунок введення в розгляд додаткового агента зі специфічними функціями – контролера, а також параметрів прозорості взаємин. Спільні стратегії є окремим випадком норм поведінки [2], а рівноваги у чистих стратегіях, певною мірою, моделюють норми й інституції. Тому розв'язання задач із галузі економічної взаємодії шляхом дослідження моделей кшталту «принципал – агент» і її розширень надає нову інформацію також із питань інституціональної економічної теорії.

Окремі аспекти проблеми взаємин принципала, агента та контролера досліджувалися автором у працях [3] (модель «принципал – контролер – агент» з урахуванням неповної прозорості для принципала,

аналіз умов та наслідків кооперування агента з контролером проти принципала) та [4] (модель «принципал – агент» з урахуванням неповної прозорості як індивідуально для принципала, так і для взаємодії контрагентів, аналіз закономірностей економічної поведінки сторін, зокрема, умов існування нешевих рівноваг у чистих стратегіях). В досліджуваних моделях вартості стратегій сторін залежать від низки параметрів, що визначають, по-перше, величину та характер платні контролера, по-друге, величину платежів агента, а також штрафів, які на нього може бути накладено. Варіювання значеннями цих параметрів є єдиною можливістю для принципала впливати на ефективність діяльності агента та контролера. Отже актуальною стає задача знаходження оптимальних у такому розумінні значень цих параметрів.

У пропонованому дослідженні ставиться задача визначення шляхом моделювання стосунків «принципал – контролер – агент» оптимальної стратегії принципала, а саме – значень параметрів, за допомогою яких принципал може впливати на вартості застосування різних стратегій контролера й агента, а відтак, регулювати їхню поведінку. Базою моделювання взаємовідносин кшталту «принципал – контролер – агент» постає агентська теорія угод [5], конкретне моделювання відбувалося за допомоги теоретико-ігрового апарату.

Введемо позначення:

$R_{Ag}, R_{Pr}, R_{Co}$  – доходи від діяльності, відповідно, для агента, принципала й контролера ( $R_{Ag}, R_{Pr}, R_{Co} \geq 0$ ,  $R_{Ag} - const$ );

$E_{Ag}, E_{Pr}, E_{Co}$  – наклад (витрати), відповідно, агента, принципала й контролера ( $E_{Ag}, E_{Pr}, E_{Co} \geq 0$ );

$V_{Ag}, V_{Pr}, V_{Co}$  – вартості взаємодії, відповідно, для агента, принципала й контролера;

$\phi R_{Ag}$  – платіж агента, обумовлений угодою з принципалом, де

$\phi$  – тариф, податок ( $0 \leq \phi \leq 1$ );

$S = S(\phi R_{Ag})$  – величина штрафу агента за ухилення від сплати принципалу за угодою  $\phi$ -частки власного доходу  $R_{Ag}$  ( $S \geq 0$ );

$c$  – вартість проведення однієї перевірки ( $c \geq 0$ , для всіх перевірок вважається константою).

Згідно цих визначень доходи контрагентів обраховуються таким чином:

– дохід принципала – сума потенційних платежів, отриманих з агента за угодою, а також штрафів, стягнених із того самого агента контролером за порушення угоди й ухилення від платежу;

– дохід контролера – це платня, отримана ним від принципала за роботу на підставі їх взаємної угоди;

– дохід агента, природно, вважається екзогенним чинником, отриманим незалежно від взаємин із принципалом і контролером.

Витрати сторін визначаються такими складовими:

– витрати агента – потенційні витрати на платежі й штрафи;

– витрати принципала – платня контролеру ( $\equiv$  дохід контролера);

– витрати контролера – вартість проведення потенційних перевірок ( $c$ ).

Вартості стратегій взаємодії зазначених суб'єктів дорівнюватимуть різниці між доходами та витратами:

$$V_{Ag} = R_{Ag} - E_{Ag}; \quad V_{Pr} = R_{Pr} - E_{Pr}; \quad V_{Co} = R_{Co} - E_{Co}.$$

Принципалу доцільно встановити контролеру таку платню, яка би приносила самому принципалу максимальний дохід. Її структура може залежати від низки чинників, серед яких загальна ефективність роботи контролера, вимірювана доходом принципала, «працьовитість» контролера – частота перевірок, ефективність контролю – рівень покарань агента за ухилення від виконання своїх обов'язків. Припустимо лінійну залежність платні принципала контролеру (витрати принципала, дохід контролера):

$$R_{Co} = E_{Pr} = \beta R_{Pr} + \delta x + \gamma \phi R_{Ag}, \quad (1)$$

де  $\beta R_{Pr}$  – складова, пропорційна доходу принципала ( $0 \leq \beta \leq 1$ );

$\delta$  – складова, пропорційна «працьовитості» контролера (частоті перевірок) ( $\delta \geq 0$ );

$\zeta S$  – складова, пропорційна рівню покарань агента за ухилення від виконання угоди ( $0 \leq \zeta \leq 1$ ).

У будь-якій системі відносин їх суб'єкти можуть мати недостатній рівень обізнаності щодо параметрів зазначеної системи і різний рівень досконалості при здійсненні власної функції, що спричиняє можливість ухилення від виконання своїх обов'язків (опортуністичну поведінку), а також прийняття несправедливих рішень, що також є підставою для застосування у

відповідь на це опортуністичної поведінки. В таких випадках прийнято говорити про недосконалість «правил гри», «непрозорість» взаємостосунків. Формалізуючи останнє поняття, введемо для кожного із суб'єктів системи «принципал – контролер – агент» параметри «прозорості»:  $p$  і  $q$ , які характеризують імовірності фіксації фактично наявних і відсутніх порушень агентом угоди із принципалом. Точніше, з імовірністю  $p$  контролер знаходить фактичне порушення агента, з імовірністю  $q$  – фіктивне. Тобто питання «прозорості» ситуації для контролера й агента у запропонованій моделі пов'язано з висновками контролера про діяльність агента на підставі перевірок. Ідеться про точність ідентифікації двох еventуальних взаємних стратегій, що виникають при здійсненні контролером перевірки: агент або сумлінно виконує угоду із принципалом, або ухиляється від її виконання.

Введемо гру, що є моделлю взаємин системі виконання угод:

$$\Gamma = (SA, SK, (G, H, F)(SA \times SK)) \quad (2)$$

$$\Gamma = (SA, SK, (PA, PP, PK)),$$

де  $SA = \{\text{не виконувати, виконувати [угоду]}\}$  – набір чистих стратегій агента,

$SK = \{\text{не перевіряти, перевіряти}\}$  – набір чистих стратегій контролера,

$(G, H, F)$  – вигрaші, відповідно, агента, принципала та контролера:

$$(G, H, F) = \begin{pmatrix} \{0, 0, 0\} & \left\{ \begin{array}{l} -\phi R_{Ag} \cdot (1 - \beta) \phi R_{Ag} \\ \beta \phi R_{Ag} \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} -p(\phi R_{Ag} + S), \\ p(1 - \delta)(\phi R_{Ag} + S), \\ p\delta(\phi R_{Ag} + S) - c \end{array} \right\} & \left\{ \begin{array}{l} -\phi R_{Ag} - q(\phi R_{Ag} + S), \\ (1 - \beta)\phi R_{Ag} + \\ + q(1 - \delta)(\phi R_{Ag} + S), \\ \beta \phi R_{Ag} + q\delta(\phi R_{Ag} + S) - \\ -c \end{array} \right\} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Задля спрощення вигляду платіжної матриці для агента «за дужки» винесено постійний доданок:  $R_{Ag}$ .

Розглядатимемо 2 окремі випадки – справедливий і несправедливий: відсутність і наявність у грі (2), (3) рівноваг за Нешем (у повній прозорій грі (див. [2; 3]) рівноваги за Нешем відсутні, отже аналогічна відсутність нешевих рівноваг у чистих стратегіях у грі (2), (3) є ознакою її справедливості).

Легко бачити, що умовами відсутності у (2), (3) нешевих рівноваг є такі:

$$q\delta(\phi R + S) < c < p\delta(\phi R + S); \quad (4)$$

$$p(\phi R + S) > \phi R + q(\phi R + S) \equiv (p - q) > \frac{1}{1 + S/R}. \quad (5)$$

Як із (4), так і з (5) очевидна обов'язковість умови  $p > q$ .

Натомість невиконання кожної з умов (4) і (5) спричиняє можливість рівноваги за Нешем, відповідно, при застосуванні таких змішаних стратегій:

$$p\delta(\phi R + S) \leq c \leq q\delta(\phi R + S) \quad (6)$$

– {агент не платить, контролер не перевіряє} або {агент платить, контролер перевіряє};

$$(p-q) \leq \frac{1}{1+S/R} \quad (7)$$

– {агент не платить, контролер перевіряє}.

У першому випадку дохід принципала згідно (3) дорівнюватиме

$$R_{Pr} = (1-\beta)\phi R_{Ag} + q(1-\delta)(\phi R_{Ag} + S). \quad (8)$$

(8) містить 2 змінні – параметри зарплатні контролера:  $0 \leq \beta \leq 1$  і  $0 \leq \delta \leq 1$ . Очевидно, що максимуму (8) досягатиме за умови мінімально можливих значень  $\beta$  і  $\delta$ . Але якщо на  $R_{Pr}$  не накладається жодних додаткових обмежень, то відносно  $\delta$  згідно (6), мусить виконуватися умова  $\delta \geq \frac{c}{q(\phi R_{Ag} + S)}$ , а отже оптимальні значення  $\beta = 0$ ;  $\delta = \frac{c}{q(\phi R_{Ag} + S)}$ , а виграш принципала –

$$R_{Pr} = \phi R_{Ag} + q \frac{q(\phi R_{Ag} + S) - c}{q(\phi R_{Ag} + S)} (\phi R_{Ag} + S) = \phi R_{Ag} + q(\phi R_{Ag} + S) - c. \quad (9)$$

У другому випадку (при виконанні (7)) дохід принципала становить

$$R_{Pr} = p(1-\delta)(\phi R_{Ag} + S), \quad (10)$$

при цьому (7) не містить обмеження на  $\delta$  (а взагалі відсутня як у виразі (7), так і (10)). Тож можна прийняти  $\delta = 0$ , а  $R_{Pr} = p(\phi R_{Ag} + S)$ . З іншого боку, принципал не спроможний гарантувати виконання якоїсь конкретної умови (6) чи (7), позаяк вони містять невідкладні йому зовнішні параметри прозорості  $p$  і  $q$ . Тому при наявності у грі (2), (3) рівноваг за Нешем у чистих стратегіях універсальним оптимальним рішенням з його боку буде таке:

$$\left( \beta = 0; \delta = \frac{c}{q(\phi R_{Ag} + S)} \right). \quad (11)$$

В іншій ситуації – при дотриманні умов (4), (5) і, як наслідок, наявності у грі (2), (3) нешевої рівноваги лише у змішаних стратегіях, значення рівноважних змішаних стратегій для контролера ( $x$ ) та агента ( $y$ ) виглядатимуть таким чином:

$$x = \frac{p}{p-q}; \quad y = \frac{\beta}{\delta(p-q) \left( 1 + \frac{S}{\phi R_{Ag}} \right)}. \quad (12)$$

Виграш принципала становитиме:

$$R_{Pr} = -\frac{\beta(1-\beta)}{\delta} \cdot \frac{q\phi R_{Ag}}{(p-q)^2 \left( 1 + \frac{S}{\phi R_{Ag}} \right)} + (1-\delta) \frac{p^2}{p-q} (\phi R_{Ag} + S) + \frac{(1-\delta)\beta}{\delta} \cdot \frac{p^2 \phi R_{Ag}}{(p-q)^2} + \frac{(1-\beta)\beta}{\delta} \cdot \frac{p(\phi R_{Ag})^2}{(p-q)^2 (\phi R_{Ag} + S)} + \frac{(1-\delta)\beta}{\delta} \cdot \frac{pq\phi R_{Ag}}{(p-q)^2},$$

$$\frac{\partial R_{Pr}}{\partial \beta} = \frac{\phi R_{Ag}}{(p-q)\delta} \left( \frac{1-2\beta}{1+S/\phi R_{Ag}} + \frac{(1-\delta)p(p+q)}{(p-q)} \right);$$

$$\frac{\partial R_{Pr}}{\partial \delta} = \frac{\beta}{\delta^2(p-q)^2} \cdot \left( \frac{(q-p)(1-\beta)(\phi R_{Ag})^2}{(\phi R_{Ag} + S)} - (p+q)p\phi R_{Ag} \right) - \frac{p^2}{p-q} (\phi R_{Ag} + S);$$

$$\frac{\partial^2 R_{Pr}}{\partial \beta^2} = -\frac{2(\phi R_{Ag})^2}{(p-q)\delta(\phi R_{Ag} + S)};$$

$$\frac{\partial^2 R_{Pr}}{\partial \beta \partial \delta} = -\frac{\phi R_{Ag}}{\delta^2(p-q)} \left( \frac{1-2\beta}{1+S/\phi R_{Ag}} + \frac{p(p+q)}{p-q} \right);$$

$$\frac{\partial^2 R_{Pr}}{\partial \delta^2} = -\frac{2\beta}{\delta^3(p-q)^2} \cdot \left( \frac{(q-p)(1-\beta)(\phi R_{Ag})^2}{(\phi R_{Ag} + S)} - (p+q)p\phi R_{Ag} \right);$$

Максимум  $R_{Pr}$  знаходиться при значеннях  $\beta = 0$  і  $\delta = \frac{c}{q(\phi R_{Ag} + S)}$ , що відповідають системі нерівнянь (4), (5) і рішенню системи рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial R_{Pr}}{\partial \beta} = 0; \\ \frac{\partial R_{Pr}}{\partial \delta} = 0 \end{cases} \equiv \begin{cases} \frac{(1-2\beta)}{(p-q) \left( 1 + \frac{S}{\phi R_{Ag}} \right)} = (1-\delta)p\phi R_{Ag} \\ \frac{(1-\beta)\beta\phi R_{Ag}}{(p-q) \left( 1 + \frac{S}{\phi R_{Ag}} \right)} + p\beta\phi R_{Ag} = \frac{p^2}{p-q} (\phi R_{Ag} + S)\delta^2 \end{cases} \quad (13)$$

Отже, вдосконалення класичної моделі *tax evasion* (її розширення на загальні стосунки принципала й агента) шляхом додання до переліку контрагентів контролера, деталізації оплати його праці принципалом, а також врахування неповної прозорості взаємовідносин сторін дозволило визначити значення параметрів регулювання принципалом діями контролера й агента. Цей результат є новим для досліджень агентської теорії, його практичне застосування полягає, наприклад, в оптимізації діяльності податкової чи страхової галузі.

Оскільки в умовах запропонованої моделі цілком достатньо вважати, що діяльність агента мусить приносити певний дохід і йому самому, і принципалові, незалежно від виду діяльності агента і схеми руху коштів: чи то агент віддає принципалу частку власного доходу (по типу податків), чи навпаки – принципал повертає агенту частку коштів, отриманих за рахунок діяльності останнього у вигляді зарплатні, результати дослідження без обмежень може бути поширено на загальні агентські стосунки, що дозволить як використовувати їх у загальнотеоретичних дослідженнях теорії агентів і теорії угод, так і при прикладних застосуваннях не обмежуватися лише проблемою сплати податків.

В подальшому окреслена модель може бути ускладнена за рахунок врахування параметрів прозорості для принципала, а також – за рахунок деталізації вартостей різних стратегій контрагентів і параметрів прозорості. ■

#### ЛІТЕРАТУРА

**1. Allingham M. G.** Income Tax Evasion: a Theoretical Analysis / M. G. Allingham, A. Sandmo // J. Public Econ. 1972. – V. 1. – № 3/4, p. 323-338.

**2. Crawford S. Grammar of Institutions / S. Crawford, E. Ostrom** // American Political Science Review. – 1995. – Vol. 89. – № 3. – P. 582–600.

**3. Соколовський Д. Б.** Моделювання кооперації суб'єктів взаємин «принципал – контролер – агент» / Д. Б. Соколовський // Научные труды ДонНТУ. Серия: Экономическая. Вып. 89-2. – 2005. – С. 27–34.

**4. Соколовський Д. Б.** Запобігання опортуністичній поведінці контрагентів в умовах непрозорості їх взаємовідносин / Д. Б. Соколовський // Вісник СХУ ім. В. Даля. – № 5 (87). – 2005. – С. 186–191.

**5. Stiglitz J.** Principal and Agent / Stiglitz J. // The New Palgrave: A Dictionary of Economics; J. Eatwell, M. Milgate and P. Newman (eds. ). London: Macmillan.– 1098 p.