

РОЗШИРЕННЯ МІЖГАЛУЗЕВОЇ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНОЇ МОДЕЛІ ЛЕОНТЬЄВА – ФОРДА

ХРУЩ Л. З.

кандидат економічних наук

Івано-Франківськ

КОРЖЕВСЬКА О. П.

аспірантка

Київ

Сьогодні людство опинилося у пастці гострих екологічних проблем власного соціально-економічного розвитку. Кількісне та якісне нагромадження обсягів енергоречовинного обміну між суспільством і природним середовищем через прискорення темпів науково-технічного розвитку, залучення до господарського обороту дедалі більшої кількості природних ресурсів, зростання масштабів природокористування, посилення антропогенного тиску на довкілля – все це створило напружену ресурсно-екологічну ситуацію – критичну з огляду на асиміляційні та відновлювальні можливості навколишнього середовища; вирішення проблеми «забруднення навколишнього середовища» набуло глобального характеру. Одна з найважливіших серед проблем забруднення навколишнього середовища – це проблема смітників. Ця проблема настільки нагальна не тільки в Україні, а й у всьому світі, що навіть з'явився вислів «відходи беруть нас за горло». Із зростанням кількості міст і промислових підприємств постійно збільшується кількість відходів. Промислові і побутові відходи створюють безліч проблем, таких як транспортування, зберігання, утилізація та ліквідація.

Боротьба із забрудненням середовища вимагає постійно зростаючих витрат, приводить до створення нових виробництв з переробки та знищення шкідливих відходів. У результаті розширюється сама сфера суспільного виробництва: вона включає не лише створення матеріальних благ, але й різні види діяльності, пов'язані зі зменшенням забруднення навколишнього середовища та відновлення природних ресурсів. Сфера суспільного виробництва розширюється за рахунок включення нових галузей виробництва – знищення забруднювачів. У свою чергу зазначена галузь не існує відокремлено, а також використовує продукцію галузей матеріального виробництва.

В. Леонтьєвим і Д. Фордом, була запропонована перша міжгалузева модель, яка описує взаємозв'язки економіки та навколишнього середовища [1]. Вона узагальнює схему класичного міжгалузевого балансу та охоплює дві групи галузей (виробництв): основне виробництво (галузі матеріального виробництва) та допоміжне виробництво (галузі, що знищують шкідливі відходи). Модель Леонтьєва – Форда задається системою лінійних рівнянь:

$$\begin{aligned} x^1 &= A_{11}x^1 + A_{12}x^2 + y^1 \\ x^2 &= A_{21}x^1 + A_{22}x^2 - y^2, \end{aligned} \quad (1)$$

де $x^1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1)^T$ – вектор-стовпець валового випуску продукції основного виробництва;

$x^2 = (x_1^2, x_2^2, \dots, x_m^2)^T$ – вектор-стовпець обсягів знищених забруднювачів;

$y^1 = (y_1^1, y_2^1, \dots, y_n^1)^T$ – вектор-стовпець кінцевої продукції;

$y^2 = (y_1^2, y_2^2, \dots, y_m^2)^T$ – вектор-стовпець обсягів незнищених забруднювачів (викидів забруднювачів у навколишнє середовище);

$A_{11} = (a_{ij}^{11})_{i,j=1}^n$ – квадратна матриця коефіцієнтів прямих витрат продукції i на випуск продукції j ;

$A_{12} = (a_{ig}^{12})_{i,g=1}^{n,m}$ – прямокутна матриця коефіцієнтів прямих витрат продукції i на знищення одиниці забруднювачів g ;

$A_{21} = (a_{kj}^{21})_{k,j=1}^{m,n}$ – прямокутна матриця коефіцієнтів прямого випуску забруднювачів k під час вироблення одиниці продукції j ;

$A_{22} = (a_{kg}^{22})_{k,g=1}^m$ – квадратна матриця коефіцієнтів прямого випуску забруднювачів k під час знищення одиниці забруднювача g (T – операція транспонування вектора).

У моделі (1) всі компоненти векторів x^1, x^2, y^1, y^2 та елементи матриць $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ вважаються невід'ємними.

На основі цієї моделі здійснюється аналіз розвитку економіки з урахуванням впливів екологічних чинників, дослідження еколого-економічних моделей. Зокрема, у результаті досліджень побудовано виробничу функ-

цію екологічної економіки, яка функціонує як виробник продукції та як очишувач навколишнього середовища, еколого-економічну виробничу функцію значень задачі оптимального використання ресурсів (виробничу функцію з урахуванням екологічних обмежень), векторну еколого-економічну виробничу функцію [3, 5 – 7].

Модель (1) враховує забруднення, яке виникає в процесі виробництва, та не враховує той факт, що споживання продуктів багатьох галузей також супроводжується забрудненням навколишнього середовища. Так, наприклад, споживання продуктів у пластмасових упаковках, використання легкових автомобілів, побутової та офісної техніки неодмінно призводить до забруднення довкілля, яке обов'язково має бути враховане при міжгалузевому моделюванні.

Основною метою даної статті є розробка та дослідження розширеної міжгалузевої еколого-економічної моделі Леонтьєва – Форда, в якій враховується забруднення від споживання продукції, створення на її основі еколого-економічної моделі та побудова еколого-економічної виробничої функції.

Розглянемо еколого-економічну модель вигляду:

$$\begin{aligned} x^1 &= A_{11}x^1 + A_{12}x^2 + y^1, \\ x^2 &= A_{21}x^1 + A_{22}x^2 + Dy^1 - y^2 \\ x^1 \geq 0, x^2 \geq 0, y^1 \geq 0, y^2 \geq 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Матриця $D = (d_{kj})_{k,j=1}^{m,n} \geq 0$ – прямокутна матриця коефіцієнтів створення забруднювачів k під час споживання одиниці продукції j .

Перше рівняння системи (2) – це збалансований розподіл виготовленої продукції x^1 на витрати в основному виробництві $A_{11}x^1$, на витрати в допоміжному виробництві $A_{12}x^2$ та на кінцеве споживання y^1 .

Обсяг усіх знищених забруднювачів x^2 (друге рівняння системи (2)) – це різниця між виробленим і утвореним забрудненням $A_{21}x^1 + A_{22}x^2 + Dy^1$ і незнищеним забрудненням y^2 . Вектор-стовпчик y^1 визначається ринковим попитом на продукцію, а вектор-стовпчик y^2 – прийнятими стандартами якості довкілля, умовами еколого-економічної рівноваги або встановлюється, виходячи з реальних техніко-економічних можливостей чи економії коштів.

Введемо позначення

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y^1 \\ Dy^1 - y^2 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Тоді система рівнянь (2) записується у класичній формі моделі Леонтьєва

$$x = Ax + y. \quad (4)$$

Матриця прямих витрат для моделі (2) – це блочна матриця

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Вона вважається продуктивною, при цьому продуктивними будуть матриці A_{11} , A_{12} та невід'ємні квадратні матриці

$$A_1 = A_{11} + A_{12}(I_2 - A_{22})^{-1}A_{21}, \quad (6)$$

$$A_2 = A_{22} + A_{21}(I_1 - A_{11})^{-1}A_{12}.$$

Продуктивність матриць A_1, A_2 означає рентабельність основного та допоміжного виробництв за повним циклом виробництва продукції та за повним циклом знищення забруднювачів [4].

Але дослідження моделі (2) показує, що компонента $Dy^1 - y^2$ вектора $y = (y^1 Dy^1 - y^2)^T$ може бути від'ємною, тобто продуктивність матриці A ще не гарантує невід'ємних розв'язків.

У даній моделі вважаємо, що $Dy^1 \leq y^2$. У цьому випадку складова $Dy^1 - y^2$ прийматиме від'ємне значення, і тоді, ввівши заміну $Dy^1 - y^2 = -\bar{y}^2$, модель (2) отримає вигляд (1) зі змінними $x^1 \geq 0, x^2 \geq 0, y^1 \geq 0, \bar{y}^2 \geq 0$, умови існування невід'ємних розв'язків якої досліджено у монографії [4].

Розв'язками x^1 та x^2 системи рівнянь (2) є

$$\begin{aligned} x^1 &= (I_1 - A_1)^{-1} \left[y^1 + A_{12}(I_2 - A_{22})^{-1}(Dy^1 - y^2) \right] \\ x^2 &= (I_2 - A_2)^{-1} \left[A_{21}(I_1 - A_{11})^{-1}y^1 + (Dy^1 - y^2) \right], \end{aligned} \quad (7)$$

де I_1 та I_2 – одиничні матриці відповідно n -го та m -го порядків.

Необхідною та достатньою умовою невід'ємності розв'язків розширеної моделі Леонтьєва – Форда є продуктивність блочної матриці A системи рівнянь (2) та при $y^1 > 0, y^2 \geq 0$ умова $x^2 \geq 0$, тобто

$$(I_2 - A_2)^{-1} [A_{21}(I_1 - A_{11})^{-1}y^1 + (Dy^1 - y^2)] \geq 0. \quad (8)$$

Достатньою умовою невід'ємності розв'язків розширеної моделі Леонтьєва – Форда при продуктивності блочної матриці A та при $y^1 > 0, y^2 \geq 0$ є умова

$$(A_{21}(I_1 - A_{11})^{-1} + D)y^1 \geq y^2, \quad (9)$$

яка означає, що основне та допоміжне виробництва будуть функціонувати, якщо об'єм незнищуваних забруднювачів y^2 не перевищує повного випуску забруднювачів, що виникають при одержанні кінцевої продукції y^1 та при споживанні готової продукції y^1 .

Достатньою умовою невід'ємності розв'язків замість умови (9) є також більш жорстка умова

$$(A_{21} + D)y^1 \geq y^2. \quad (10)$$

Для економіки, яка враховує екологічну складову і описується системою лінійних рівнянь (2), запропонуємо таку модель оптимального використання ресурсів:

$$\begin{aligned} F &= c^1 y^1 - c^2 y^2 \rightarrow \max, \\ x^1 &= A_{11}x^1 + A_{12}x^2 + y^1, \\ x^2 &= A_{21}x^1 + A_{22}x^2 + Dy^1 - y^2 \\ B_1 x^1 + B_2 x^2 &\leq R, \\ x^1 \geq 0, x^2 &\geq 0. \end{aligned} \quad (11)$$

У моделі (11) змінні x^1, x^2, y^1, y^2 матриці $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}, D$ мають аналогічний зміст до змінних та матриць моделі Леонтьєва – Форда (2).

Також у модель (11) введено:

$c^1 = (c_1^1, c_2^1, \dots, c_n^1) > 0$ – вектор-рядок цін одиниць кінцевої продукції;

$c^2 = (c_1^2, c_2^2, \dots, c_m^2) > 0$ – вектор-рядок цін одиниць незнищених забруднювачів (вартісних збитків від викидів компонентів);

$B_1 = (b_{qi}^1)_{q,i=1}^{l,n} \geq 0$ – матриця витрат q -го економічного ресурсу на виробництво одиниці i -ї продукції;

$B_2 = (b_{qk}^2)_{q,k=1}^{l,m} \geq 0$ – матриця витрат q -го економічного ресурсу на знищення одиниці k -го забруднювача;

$R = (R_1, R_2, \dots, R_l)^T$ – вектор-стовпчик наявних економічних ресурсів, які використовуються у виробничому процесі.

Економічна інтерпретація задачі оптимального використання ресурсів (11) полягає в максимізації доходу виробництва від споживання випуску продукції із врахуванням від нього витрат, спричинених забрудненням від споживання продукції та викидами забруднювачів у навколишнє середовище. При цьому обсяг витрат економічних ресурсів на виробництво продукції та на знищення забруднювачів не повинен перевищувати обсягу наявних економічних ресурсів.

Істотними у моделі є обмеження невід'ємності змінних $x^1 \geq 0$, $x^2 \geq 0$, що характеризують незворотність виробничих процесів. У той же час вважатимемо y^1 та y^2 вільними змінними.

Із системи (2) визначаємо змінні y^1 та y^2 , а саме:

$$\begin{aligned} y^1 &= (I_1 - A_{11})x^1 - A_{12}x^2 \\ y^2 &= A_{21}x^1 - (I_2 - A_{22})x^2 + D((I_1 - A_{11})x^1 - A_{12}x^2). \end{aligned} \quad (12)$$

З урахуванням (12) модель (11) приймає вигляд

$$F = (c^1(I_1 - A_{11}) - c^2A_{21} - c^2D(I_1 - A_{11}))x^1 + (-c^1A_{12} + c^2(I_2 - A_{22}) + c^2DA_{12})x^2 \rightarrow \max, \quad (13)$$

$$B_1x^1 + B_2x^2 \leq R,$$

$$x^1 \geq 0, \quad x^2 \geq 0.$$

Побудуємо двоїсту задачу до задачі (13):

$$\begin{aligned} pR &\rightarrow \min, \\ pB_1 &\geq c^1(I_1 - A_{11}) - c^2A_{21} - c^2D(I_1 - A_{11}), \\ pB_2 &\geq -c^1A_{12} + c^2(I_2 - A_{22}) + c^2DA_{12}, \\ p &\geq 0, \end{aligned} \quad (14)$$

де $p = (p_1, p_2, \dots, p_l)$ – вектор-рядок двоїстих оцінок економічних ресурсів R .

У задачах параметричного лінійного програмування (13) та (14) на оптимальних розв'язках $x^{1*}(R)$, $x^{2*}(R)$, $p^*(R)$ значення цільових функцій прямої та двоїстої задачі рівні між собою і виконуються умови доповнючої нежорсткості [2]:

$$\begin{aligned} F(R) &= (c^1(I_1 - A_{11}) - c^2A_{21} - c^2D(I_1 - A_{11}))x^{1*}(R) + \\ &+ (-c^1A_{12} + c^2(I_2 - A_{22}) + c^2DA_{12})x^{2*}(R) = p^*R \\ (p^*B_1 - c^1(I_1 - A_{11}) + c^2A_{21} + \\ &+ c^2D(I_1 - A_{11}))_i \cdot x_i^{1*} &= 0, \quad i = \overline{1, m} \\ (p^*B_2 + c^1A_{12} - c^2(I_2 - A_{22}) - c^2DA_{12})_j \cdot x_j^{2*} &= 0, \quad j = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (15)$$

Звідси випливає:

якщо $c^1(I_1 - A_{11}) < c^2A_{21} + c^2D(I_1 - A_{11})$, то $x^{1*} \equiv 0$;

якщо $c^1A_{12} > c^2(I_2 - A_{22}) + c^2DA_{12}$, то $x^{2*} \equiv 0$.

Ці умови мають прозорий економічний зміст.

Достатня умова

$$c^1(I_1 - A_{11}) < c^2A_{21} + c^2D(I_1 - A_{11}) \quad (16)$$

того, що $x^{1*} \equiv 0$ (виробництво продукції не працює), здійснюється при $c^1 \ll c^2$ (тобто, економічно діють пріоритети за очищенням навколишнього середовища).

Економічний зміст цієї ситуації полягає в тому, що виробництво продукції працювати не буде, коли вартісні збитки від випуску забруднювачів у навколишнє середовище та збитки від забруднювачів під час споживання кінцевої продукції перевищують вартість витрат продукції для її випуску.

Достатня умова

$$c^1A_{12} > c^2(I_2 - A_{22}) + c^2DA_{12} \quad (17)$$

того, що $x^{2*} \equiv 0$ (очисні споруди не працюють), здійснюється при $c^1 \gg c^2$ (тобто, економічно діють пріоритети за виробництвом продукції).

Алгоритм побудови виробничої функції $F(R)$ полягає в тому, що треба знайти всі нетривіальні опорні розв'язки p^{1*} , p^{2*} , ..., p^{s*} розширеної системи лінійних рівнянь

$$\begin{aligned} pB_1 - \mu &= c_1(I_1 - A_{11}) - c_2A_{21} - c^2D(I_1 - A_{11}), \\ pB_2 - \nu &= -c_1A_{12} + c_2(I_2 - A_{22}) + c^2DA_{12}, \end{aligned} \quad (18)$$

де $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n) \geq 0$, $\nu = (\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_m) \geq 0$ – вектори-рядки доповнюючих змінних.

Після цього в явному вигляді виписується виробнича функція екологічної економіки

$$F(R) = \min\{p^{1*}R, p^{2*}R, \dots, p^{s*}R\}, \quad (19)$$

знаходяться функції завантаженості виробництва $x^{1*}(R)$ та очисних споруд $x^{2*}(R)$, а також пропозиції кінцевої продукції $y^{1*}(R)$ та викидів забруднювачів $y^{2*}(R)$.

Побудована до запропонованої розширеної моделі Леонт'єва – Форда виробнича функція є елементом системи підтримки прийняття рішень у виробничому процесі.

ВИСНОВКИ

Запропоновано розширення міжгалузевої еколого-економічної моделі Леонт'єва – Форда, в якій враховується забруднення від споживання продукції. На основі запропонованої моделі здійснено побудову еколого-

економічної виробничої функції, яка є необхідною для забезпечення стратегічної діяльності підприємств, що мають здійснюватись відповідно до певних розроблених заходів щодо раціонального використання ресурсів. ■

ЛІТЕРАТУРА

1. **Леонтьев В. В.** Межотраслевой анализ влияния структуры экономики на окружающую среду / В. В. Леонтьев, Д. Форд // Экономика и математические методы. – 1972. – Т. 8. – Вып. 3. – С. 370 – 400.
2. Линейное и нелинейное программирование / [Ляшенко И. Н., Карагодова Е. А., Черникова Н. В., Шор Н. З.] / под общ. ред. И. Г. Ляшенко. – К. : Вища школа, 1975. – 372 с.
3. **Ляшенко І. М.** Виробничі функції екологічної економіки / І. М. Ляшенко, Л. З. Хрущ // Dynamical system modelling and stability investigation : international conference, May 22 – 25, 2007 : thesis of conference reports. – К., 2007. – С. 211.
4. **Ляшенко І. М.** Економіко-математичні методи та моделі сталого розвитку / Ляшенко І. М. – К. : Вища школа, 1999. – 236 с.
5. **Хрущ Л. З.** Еколого-економічні виробничі функції (побудова та застосування у прогнозуванні) / Л. З. Хрущ // Моделювання та інформаційні системи в економіці : зб. наук. пр. / відп. ред. В. К. Галіцин. – Київ, 2007. – Вип. 76. – С. 155 – 165.
6. **Хрущ Л. З.** Побудова векторної еколого-економічної виробничої функції / Л. З. Хрущ // Дванадцята міжнародна наукова конференція імені академіка М. Кравчука, 15 – 17 трав., 2008 р. : матеріали конф. – К. : Задруга, 2008. – Т. 1 – С. 847.
7. **Хрущ Л. З.** Про один підхід до побудови векторної еколого-економічної виробничої функції / Л. З. Хрущ // Моделювання регіональної економіки : зб. наук. пр. – Івано-Франківськ : Плай, 2006. – № 1(7). – С. 96 – 103.