

# ФОРМИРОВАНИЕ ПОТРЕБИТЕЛЬСКОЙ КОРЗИНЫ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОЙ ИНФЛЯЦИИ

Попов В. А., Семёнов В. П.

УДК 336.748

## Попов В. А., Семёнов В. П. Формирование потребительской корзины в условиях неопределённой инфляции

Показано, что инфляцией на потребительском рынке можно управлять, снижая ее темпы и уменьшая инфляционные риски. Сущность подхода заключена в том, чтобы рассматривать риски ингредиентов потребительского набора как составляющую единой потребительской корзины, а не отдельно взятых единиц. В центре внимания предлагаемой стратегии управления находится уровень корреляций ценовых ростов товаров потребительского набора. Необходимо отметить, что реализация таких мер, как регулирование потребительского спроса, целенаправленное изменение структуры потребления – это задача, которая может быть решена только в рамках государственной политики. Государство должно использовать свою власть в области налогообложения, расходов и денежной политики при устранении экономической нестабильности.

**Ключевые слова:** потребительская корзина, инфляционные риски, корреляция роста цен.

**Формул:** 3. **Библ.:** 7.

**Попов Владимир Александрович** – кандидат физико-математических наук, доцент, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации (пр. Ленинградский, 49, Москва, 125993, Россия)

**E-mail:** vlapopov@gmail.com

**Семёнов Владимир Петрович** – доктор экономических наук, профессор, Российский экономический университет им. Г. В. Плеханова (пер. Стремяный, 36, Москва, 117997, Россия)

УДК 336.748

UDC 336.748

## Попов В. О., Семенов В. П. Формування споживчого кошика в умовах невизначеної інфляції

Показано, що інфляцією на споживчому ринку можна управляти, знижуючи її темпи і зменшуючи інфляційні ризики. Сутність підходу полягає в тому, щоб розглядати ризики інгредієнтів споживчого набору як складову єдиного споживчого кошика, а не окремо взятих одиниць. У центрі уваги запропонованої стратегії управління знаходиться рівень кореляцій цінового зростання товарів споживчого набору. Необхідно відзначити, що реалізація таких заходів, як регулювання споживчого попиту, цілеспрямована зміна структури споживання – це завдання, яке може бути вирішене тільки в рамках державної політики. Держава повинна використовувати свою владу в галузі оподаткування, витрат і грошової політики при усуненні економічної нестабільності.

**Ключові слова:** споживчий кошик, інфляційні ризики, кореляція зростання цін.

**Формул:** 3. **Бібл.:** 7.

**Попов Володимир Олександрович** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, Фінансовий університет при Уряді Російської Федерації (пр. Ленінградський, 49, Москва, 125993, Росія)

**E-mail:** vlapopov@gmail.com

**Семенов Володимир Петрович** – доктор економічних наук, професор, Російський економічний університет ім. Г. В. Плеханова (пров. Стременний, 36, Москва, 117997, Росія)

## Popov V. A., Semenov V. P. Formation of a Consumer Basket under Conditions of Uncertain Inflation

The article shows that inflation could be controlled in the consumer market through reducing its rates and reducing inflation risks. The approach lies in consideration of risks of ingredients of the consumer choice as a component of a common consumer basket and not that of individual units. The level of correlations of price growth of goods of consumer choice lies in the centre of attention of the offered strategy of control. It is necessary to note that realisation of such measures as regulation of consumer demand and purposeful change of the structure of consumption – is a task, which could be solved only within the framework of the state policy. The state should use its power in the field of taxation, expenditures and monetary policy when eliminating economic instability.

**Key words:** consumer basket, inflation risks, correlation of growth of prices.

**Formulae:** 3. **Bibl.:** 7.

**Popov Vladimir A.** – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor, Finance Academy under the Government of the Russian Federation (125993, Russia)

**E-mail:** vlapopov@gmail.com

**Semenov Vladimir P.** – Doctor of Science (Economics), Professor, Plekhanov Russian University of Economics (per. Stremyanny, 36, Moscow, 117997, Russia)

Учёт инфляционных процессов играет большую роль как при планировании расходов домашних хозяйств, так и в бизнесе. Однако этот учёт, как правило, опирается только на предсказания уровня инфляции и не рассматривает случайный характер и взаимосвязь цен различных товаров потребительской корзины (ПК).

В работах А. Каулеса [1] и Воркинга [2], оперировавших данными рынка акций и ценами товаров, содержится богатый статистический материал и неожиданный вывод, что скорее всего, величины

$$h_k = \ln \frac{N_k}{N_{k-1}}$$

логарифмов приращений цен  $N_k$  ( $k \geq 1$ ) являются независимыми. Практический вывод из этих работ, состоящий в том, что последовательность  $H_k = h_1 + h_2 + \dots + h_k$

носит характер «случайного блуждания» (т. е. является суммой независимых случайных величин), не согласуется с бытовавшим среди практиков мнением, что цены подчиняются некоторым ритмам, циклам, трендам.

Этот вывод нашёл своё подтверждение в работе М. Кендала [3], вызвавшей интерес к углублённому изучению динамики финансовых показателей и построению вероятностных моделей, объясняющих наблюдаемые эффекты, такие, например, как кластерность. Отметим работы Г. Робертса [4] и М. Осборна [5], содержащие эвристические аргументы в пользу гипотезы случайного блуждания.

Вероятностная модель динамики финансовых показателей получила блестящее развитие в работе П. Самуэльсона [6], введшего в финансовую теорию и практику геометрическое (или, как он говорил, экономическое)

броуновское движение. Именно Самуэльсон в 1965 г. явно сформулировал гипотезу эффективного рынка, показав математически, что ожидаемые цены меняются случайным образом. Используя предположения о рациональном поведении трейдеров и об эффективности рынка, он продемонстрировал, что ожидаемая величина цены актива в момент  $t + 1$  связана с предшествующими ценами  $N_0, N_1, \dots, N_t$  посредством соотношения  $E(N_{t+1} / N_0, N_1, \dots, N_t) = N_t$  (левая часть равенства – условное математическое ожидание). Статистические процессы, подчиняющиеся этому вероятностному условию, называются мартингалами. Понятие мартингала есть интуитивно вероятностная модель «справедливой игры». С точки зрения игрока игра является справедливой, когда выигрыши и проигрыши взаимно компенсируются и ожидаемое накопление игрока равно его текущим активам. Теория справедливой игры относительно ценовых изменений, наблюдаемых на финансовом рынке, утверждает, что не существует способа получения прибыли на актив посредством использования истории ценовых флуктуаций. Вывод из этой формулы гипотезы эффективного рынка состоит в том, что ценовое изменение невозможно предсказать по историческому временному ряду изменений этих цен за прошедшие периоды времени.

Сформулируем более чётко: эффективность означает, что рынок рационально реагирует на обновление информации. Под этим подразумевается следующее.

1. На рынке мгновенно производится коррекция цен, которые устанавливаются так, что оказываются в состоянии равновесия, становятся справедливыми, не оставляя место участникам рынка для арбитражных возможностей.
2. Участники рынка (трейдеры, инвесторы, ...) однородно интерпретируют поступающую информацию и при этом мгновенно корректируют свои решения при её обновлении.
3. Участники рынка однородны в своих целевых устремлениях, их действия носят коллективно рациональный характер

Эмпирические исследования для проверки гипотезы эффективного рынка, выполненные в 60 – 70 гг. прошлого века, показали, что корреляция между ценами очень мала. Это подтверждало гипотезу. Однако в 80-х годах было показано, что использование информации, представленной во временных рядах, таких как отношение *прибыль / цена*, позволяет прогнозировать прибыль актива недостаточно длительное время (больше месяца). На сегодня эмпирические данные и теоретические исследования показывают, что ценовые изменения невозможно прогнозировать, если исходить из временного ценового ряда. Это отнюдь не означает, что реальный рынок идеально эффективен. Ряд цен несёт большое количество несжимаемой информации, ввиду чего трудно определить воздействие на цены фундаментальных экономических факторов. Когда конкретная информация влияет на рыночную цену, рынок уже не вполне эффективен. Это позволяет выявить во временном ряде влияние такой информации. В подобных случаях может быть выработана определённая арби-

тражная стратегия, и она будет оставаться прибыльной до тех пор, пока рынок не станет вполне эффективным в результате использования трейдерами всей новой информации в процессе формирования цен.

В 1952 г. была опубликована знаменитая работа Г. Марковица [7], заложившая основы теории ценных бумаг, посвящённая проблеме оптимизации инвестиционных решений в условиях неопределённости и риска. Вероятностный анализ, именуемый *mean-variance* (среднедисперсионный анализ), выявил исключительно важную роль корреляций доходностей активов портфеля как ключевого ингредиента, от которого зависит степень риска создаваемого набора ценных бумаг. В теории Марковица особенно привлекательной для инвестора оказалась идея диверсификации при формировании портфеля, поскольку она не только объясняла принципиальную возможность редуцирования систематического рынка инвестирования, но и давала практические рекомендации, как это сделать.

Существует глубокая аналогия между тем, как инвестор формирует свой портфель ценных бумаг, и тем, как индивид наполняет свой потребительский набор. В первом случае инвестор стремится максимально снизить инвестиционные риски при сохранении приемлемой доходности, во втором случае, в условиях инфляционной экономики, обыватель пытается как можно больше уменьшить инфляционный риск при условии всё же удовлетворения необходимых потребностей. Показано, что инфляцией на потребительском рынке можно управлять, снижая её темп (на значительное количество базисных пунктов и даже процентов) и, что существенно, уменьшая инфляционный риск (риск того, что инфляция вырвется за границы определённого расчётного интервала). Идея подхода (во многом близкая к инвестиционной идее Марковица) состоит в том, чтобы рассматривать инфляционные риски ингредиентов потребительской корзины (ПК) как составляющих единого набора, а не отдельно взятые единицы. В центре внимания предлагаемой стратегии управления находятся корреляции темпов ценовых ростов товаров потребительского набора. При наличии инфляции цены на потребительском рынке растут, но рост стоимости одного товара оказывает влияние на рост стоимости другого. Если рассматривать товары как составляющие потребительского набора, то даже при наличии значительных инфляционных рисков для каждого из них совокупный риск корзины товаров может оказаться небольшим, важно только правильно определить пропорции (доли) ингредиентов в стоимости ПК. Существенно, что процесс потребительской диверсификации можно реализовать на базе строгой математической модели, и найденные значения параметров оптимального потребительского набора будут верны в той мере, в какой верна идея предлагаемого подхода.

Мы рассматриваем относительные изменения цен  $a_{in} = \frac{P_{in} - P_{i0}}{P_{i0}} \cdot 100\%$  на различные товары за  $n$  периодов как нормально распределённые случайные ве-

личины со средними значениями  $E_{in} = E(a_{in})$ , среднеквадратичными отклонениями  $s_{in} = \sqrt{D(a_{in})}$  и корреляционной матрицей  $\rho_{ijn} = \rho(a_{in}; a_{jn})$ . Изменение стоимости потребительской корзины (уровень инфляции) за  $n$  периодов вычисляется по формуле

$$H_{ПК} = \mu_1 a_{1n} + \mu_2 a_{2n} + \dots + \mu_k a_{kn},$$

где  $\mu_i$  – доля  $i$ -го товара в ПК,  $\mu_1 + \dots + \mu_k = 1$ . Ожидаемая инфляция и дисперсия величины  $H_{ПК}$  вычисляются по формулам

$$\begin{cases} E(H_{ПК}) = \sum_{i=1}^k \mu_i E_{in} \\ D(H_{ПК}) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \rho_{ijn} \sigma_{in} \sigma_{jn} \mu_i \mu_j \end{cases}, \quad (1)$$

где  $\sigma_i, \sigma_j$  – средние квадратичные отклонения величин  $a_i$  и  $a_j$ .

Рассмотрим среднюю инфляцию  $h_{ПК} = \frac{1}{n} H_{ПК}$  и средний темп инфляции  $b_i = \frac{1}{n} a_{in}$   $i$ -той составляющей потребительского набора за период. Пусть  $E(h_{ПК}) = \frac{1}{n} E(H_{ПК}) = \bar{h}_{ПК} = E$  – ожидаемая средняя инфляция за период,  $E(b_i) = \frac{1}{n} E(a_{in}) = E_i$  – ожидаемый средний темп инфляции  $i$ -той составляющей потребительского набора за период,  $\sigma(b_i) = \sigma_i, \rho(b_i; b_j) = \rho_{ij}$ . Тогда формулы (1) примут вид:

$$\begin{cases} \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_k = 1 \\ E = \mu_1 E_1 + \mu_2 E_2 + \dots + \mu_k E_k \\ \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \mu_i \mu_j} \end{cases} \quad (2)$$

Варьируя параметры  $\mu_i$ , можно понижать ожидаемый уровень инфляции  $E$  и с заданной вероятностью найти доверительный интервал величин  $h_{ПК}$  и  $H_{ПК}$ .

В частности, для ПК, состоящей из двух видов товаров, система (2) примет вид

$$\begin{cases} E = \mu E_1 + (1 - \mu) E_2, \\ \sigma = \sqrt{\mu^2 \sigma_1^2 + (1 - \mu)^2 \sigma_2^2 + 2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 \mu (1 - \mu)}, \\ \mu \in [0; 1], \rho \in [-1; 1]. \end{cases} \quad (3)$$

Система уравнений (3) – это параметрическое задание (в зависимости от значений параметра  $\mu$ ) функциональной зависимости  $E = f(\sigma)$ . Если  $\mu \neq 1$  или  $\mu \neq -1$ , то отображающая эту зависимость кривая является гиперболой, ветви которой направлены в сторону возрастания  $\sigma$ . Координаты её вершины (пропорции ПК в точке наименьшего риска ( $E_{\min}; \sigma_{\min}$ )) легко определить, используя стандартные методы математического анализа. В результате получим

$$\mu_{1\min} = \mu_{\min} = \frac{\sigma_2^2 - \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2};$$

$$\mu_{2\min} = 1 - \mu_{\min} = \frac{\sigma_1^2 - \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2}.$$

Если мы поставим задачу, не менять значения  $E_1, E_2, \sigma_1, \sigma_2, \rho_{12}$ , то необходимо изменить пропорции потребления  $\mu_1 = \mu, \mu_2 = 1 - \mu$ . Рассмотрим следующий модельный пример. Прогнозные значения среднемесячного роста цен составляют  $E_1 = 0,65\%$  по первому товару и  $E_2 = 0,99\%$  по второму. Риск отклонения от ожидаемого темпа инфляции по первому товару прогнозируем  $\sigma_1 = 3,23\%$  и по второму  $\sigma_2 = 4,86\%$ . Корреляцию между уровнями инфляции первого и второго ингредиентов прогнозируем как  $\rho_{12} = 0,39$ . Схема потребления базисного периода предполагает, что 0,7 стоимости ПК тратится на первый товар ( $\mu_1 = 0,7$ ) и 0,3 стоимости ПК на второй ( $\mu_2 = 1 - \mu = 0,3$ ). Отсюда, на основании (3)  $E = 0,75\%$  и  $\sigma = 3,12\%$ .

На рис. 1 отмечаем точку  $K$ , координаты которой соответствуют найденным значениям уровня инфляции и риска ПК. Стандартное отклонение уровня инфляции  $E$

вычисляем по формуле  $\tilde{\sigma} = \frac{E\% \cdot \sigma\%}{100}$  и получаем

$$\tilde{\sigma} = \frac{0,75 \cdot 3,12}{100} = 0,02\%.$$

При этом среднегодовой темп инфляции составит  $E_{год} = 12E = 9\%$ . Риск отклонения от годового ожидаемого темпа инфляции определяется как

$$\sigma_{год} = \sigma \cdot \sqrt{12} = 3,12 \cdot \sqrt{12} = 10,81.$$

Отсюда, годовое стандартное отклонение

$$\tilde{\sigma}_{год} = \frac{9 \cdot 10,81}{100} = 0,97\%.$$

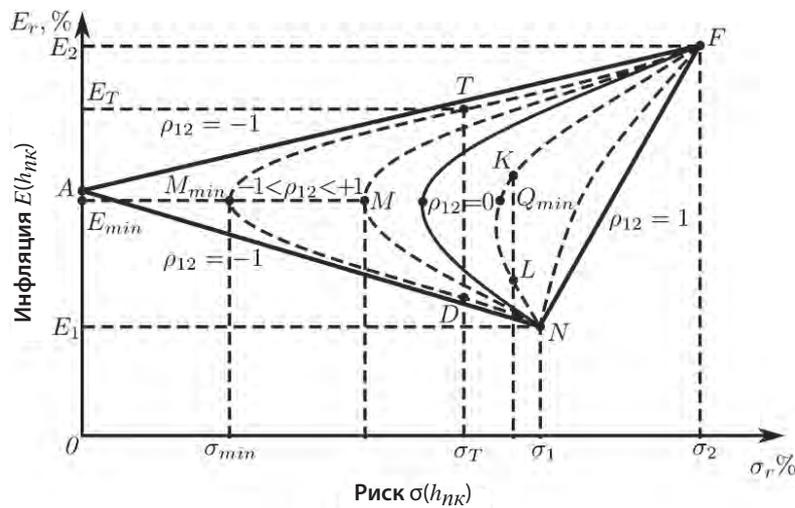
Тогда, по «правилу трёх сигм» практически гарантированный прогноз годовой инфляции (доверительный интервал с доверительной вероятностью 0,9973) будет находиться в промежутке  $H_{ПК_{год}} \in (6,08\%; 11,92\%)$ .

**П**рогноз мог бы оказаться удачнее, если бы параметры соответствовали координатам точки  $Q_{\min}$ , лежащей на дуге  $NLQ_{\min}KF$  (выбор именно этой дуги жёстко фиксирован данными прогноза). Но для этого пришлось бы изменить схему распределения пропорций товаров по сравнению со структурой базисного периода. С учётом (4)  $\mu_{1\min} = 0,8; \mu_{2\min} = 0,2$ . Откуда  $h = E_{\min} = 0,72\%; \sigma = \sigma_{\min} = 3,1\%$ , что является более удачным результатом. Найдём практически гарантированный годовой прогноз инфляции:  $E_{год} = 12E = 12 \cdot 0,72 = 8,64\%; \sigma = 0,02;$

$$\sigma_{год} = \frac{8,64 \cdot 10,81}{100} = 0,93\%; h_{ПК_{год}} \in (0,68\%; 0,78\%);$$

$$H_{ПК_{год}} \in (5,86\%; 11,42\%).$$

Ещё соблазнительнее было бы перейти в точку  $L$ , где риск такой же, как и в точке  $K$ , но инфляция существенно меньше. Однако такой прогноз ещё более меняет схему потребления по сравнению с базисной и сильнее увеличивает пропорцию первого ингредиента за счёт второго.



**Рис. 1. Значения комбинации «риск – инфляция» при систематическом изменении структуры потребительской корзины и при альтернативных корреляциях между ингредиентами**

Значительное же изменение структуры потребления, очевидно, лимитировано жизненными потребностями потребителя, его привычками и вряд ли приемлемо. Если, меняя структуру потребления, двигаться вдоль пути  $FTM_{\min}DN$  (это нагляднее, чем движение вдоль пути  $FKQ_{\min}LN$ ) от точки  $M_{\min}$  к точке  $D$ , то можно значительно снизить прогнозный уровень инфляции  $E$ , но риск отклонения  $E$  сильно возрастает. Видимо, существует такой оптимальный инфляционный темп  $E_{\min}$ , для которого инфляционный риск  $\sigma_{\min}$  минимален. Такого рода прогноз соответствует наибольшей устойчивости потребительского рынка.

**В** заключение необходимо отметить, что реализация таких мер, как регулирование потребительского спроса, целенаправленное изменение структуры потребления – это задача, которая может быть решена только в рамках государственной политики. Данный вывод находится в русле взглядов Дж. Кейнса на роль государства в экономическом процессе. По его мнению, государство не должно выполнять в экономике функции, взятые на себя частным бизнесом, но ему следует брать на себя функции, выполнять которые, кроме него, больше никому. Государство должно использовать свою власть в области налогообложения, расходов и денежной политики при устранении экономической нестабильности. Регулирование ценового роста и инфляционных рисков – это также один из приоритетов государственной политики. ■

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Cowles A. Can stock market forecasters forecast? / A. Cowles // *Econometrica*. V.I.P. 309 – 324, 1939.
2. Working H. A random – difference series for use in the analysis of time series / H. Working // *Journal of American Statistical Association*. V. 29. P. 11 – 24, 1934.
3. Kendall M. G. The analysis of economic time series. Part 1. Prices / M. G. Kendall // *Journal of the Royal Statistical Society*. V. 96. P. 11 – 25, 1953.

4. Roberts H. V. Stock-market «patterns» and financial analysis. Methodological suggestions / H. V. Roberts // *Journal of Finance*. V. 14. P. 1 – 10, 1959.

5. Osborne M. E. F. Brownian motion in the stock market / M. E. F. Osborne // *Operations Research*. V. 7. P. 145 – 173, 1959.

6. Samuelson P. A. Rational theory of warrant pricing / P. A. Samuelson // *Industrial Management Review*. V. 6. P. 13 – 31, 1965.

7. Markowitz H. Portfolio selection / H. Markowitz // *Journal of Finance*. V. 7 (March). P. 77 – 91, 1952.

**REFERENCES**

Cowles, A. "Can stock market forecasters forecast?". *Econometrica* (1939).

Kendall, M. G. "The analysis of economic time series". *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 96 (1953): 11-25.

Markowitz, H. "Portfolio selection". *Journal of Finance*, vol. 7 (March) (1952): 77-91.

Osborne, M. E. F. "Brownian motion in the stock market". *Operations Research*, vol. 7 (1959): 145-173.

Roberts, H. V. "Stock-market "patterns" and financial analysis. Methodological suggestions". *Journal of Finance*, vol. 14 (1959): 1-10.

Samuelson, P. A. "Rational theory of warrant pricing". *Industrial Management Review*, vol. 6 (1965): 13-31.

Working, H. "A random – difference series for use in the analysis of time series". *Journal of American Statistical Association*, vol. 29 (1934): 11-24.