

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ «УТЕЧКИ МОЗГОВ»

КЛОКОВ В. И.

УДК 330.354

## Клоков В. И. Моделирование динамики «утечки мозгов»

Успешность и вектор развития любой страны в значительной степени определяется решением двойственных проблем: с одной стороны, проблемы «утечки мозгов» и, с другой стороны, – привлечения высококвалифицированных специалистов в различные отрасли производства и управления. Используя подход, предложенный академиком Арнольдом В. И., построена динамическая модель оценки количества ученых в стране. Полученные на основе экспертных оценок результаты позволяют дать количественную оценку возможных сценариев развития науки в стране и перспективы её модернизации. Модель применима на небольшом промежутке времени, так как на большом промежутке она перестает работать из-за насыщения и требует доработки.

**Ключевые слова:** динамическая модель, «утечки мозгов», прогноз.

**Рис.:** 3. **Табл.:** 2. **Формул:** 8. **Библ.:** 5.

**Клоков Владимир Иванович** – доктор физико-математических наук, профессор, кафедра математики и моделирования социально-экономических процессов, Северо-Западный институт – филиал Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации (Средний пр., В.О., д. 57/43, Санкт-Петербург, 199178, Россия)

**E-mail:** v-klokov@mail.ru

УДК 330.354

## Клоков В. И. Моделювання динаміки «виток мозків»

Успішність і вектор розвитку будь-якої країни значною мірою визначається рішенням двоїстих проблем: з одного боку, проблеми «виток мозків» і, з іншого боку, – залучення висококваліфікованих фахівців у різні галузі виробництва й управління. Використовуючи підхід, запропонований академиком Арнольдом В. І., побудовано динамічну модель оцінки кількості вчених у країні. Отримані на основі експертних оцінок результати дозволяють дати кількісну оцінку можливих сценаріїв розвитку науки в країні та перспективи її модернізації. Модель застосована на невеликому проміжку часу, оскільки на великому проміжку вона припиняє працювати через насичення й вимагає доробки.

**Ключові слова:** динамічна модель, «виток мозків», прогноз.

**Рис.:** 3. **Табл.:** 2. **Формул:** 8. **Бібл.:** 5.

**Клоков Володимир Іванович** – доктор фізико-математичних наук, професор, кафедра математики та моделювання соціально-економічних процесів, Північно-Західний інститут – філія Російської академії народного господарства та державної служби при Президенті Російської Федерації (Середній пр., В.О., д. 57/43, Санкт-Петербург, 199178, Росія)

**E-mail:** v-klokov@mail.ru

UDC 330.354

## Klokov V. I. Modelling Dynamics of Brain Drain

Success and vector of development of any country is significantly determined by solution of dual problems: on the one hand, problems of brain drain and, on the other hand, attraction of highly qualified specialists into different branches of production and management. Using the method proposed by Academician Arnold V. I., the article builds a dynamic model of assessment of a number of scientists in a country. The obtained results of expert assessments allow making a quantitative assessment of possible scenarios of development of science in a country and prospects of its modernisation. The model is applicable during a short period of time, since during a long period of time it does not work due to satiety and needs to be developed further.

**Key words:** dynamic model, brain drain, forecast.

**Pic.:** 3. **Tabl.:** 2. **Formulae:** 8. **Bibl.:** 5.

**Klokov Vladimir I.** – Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Professor, Department of Mathematics and modeling of socio-economic processes, North-West Institute – a Branch of the Russian Academy of National Economy and the State Service under the President of the Russian Federation (Sredniy pr., V.O., d. 57/43, St. Petersburg, 199178, Russia)

**E-mail:** v-klokov@mail.ru

Успешность и вектор развития любой страны в значительной степени определяется решением двойственных проблем: с одной стороны, проблемы «утечки мозгов» и, с другой стороны, – привлечения высококвалифицированных специалистов в различные отрасли производства и управления. Лозунг тридцатых годов прошлого века «кадры решают всё» остается актуальным и в настоящее время, и будет актуален в будущем для всех стран, в том числе и России.

Используя подход, предложенный академиком Арнольдом В. И. [1, 2, 3] и использовавшийся в [4, 5], построим простейшую динамическую модель изменения количества ученых в стране.

Пусть  $x$  – количество ученых страны,  $x \in [0, +\infty)$ .

$M = [0, +\infty)$  – фазовое пространство. Предположим, что средняя продолжительность активной научной деятельности ученого равна  $T$ ; среднее количество учеников, подготовленных и продолжающих заниматься наукой, на одного ученого равно  $k$  и  $m$  – среднее количество

ученых в единицу времени, покидающих (при  $m > 0$ ) или въезжающих в страну (при  $m < 0$ ). Требуется оценить количество ученых  $x(t)$  в стране в момент времени  $t$ , если в начальный нулевой момент времени  $t = 0$  количество ученых в стране было равно  $x_0$ .

Составим дифференциальное уравнение, описывающее динамику количества ученых. Пусть  $dx$  – приращение количества ученых за время  $dt$ .

Тогда имеем следующую схему для описания динамики количества ученых в стране (рис. 1).

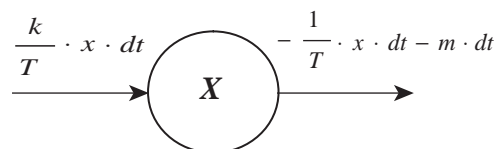


Рис. 1. Схема динамики количества ученых

На рис. 1 величина  $\frac{k}{T} \cdot x \cdot dt$  – прирост количества ученых за промежутки времени  $dt$  за счет подготовки

молодых ученых,  $-\frac{1}{T} \cdot x \cdot dt$  – убыль количества ученых в результате прекращения занятия наукой за то же время  $dt$ ,  $m \cdot dt$  – количество ученых, покинувших страну (при  $m > 0$ ) или въезжающих в страну (при  $m < 0$ ) за промежуток времени  $dt$ .

Тогда суммарное приращение количества ученых может быть записано следующим дифференциальным уравнением:

$$dx = \frac{k}{T} \cdot x \cdot dt - \frac{1}{T} \cdot x \cdot dt - m \cdot dt. \quad (1)$$

Перепишав уравнение (1) в другом виде, получим линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\frac{dx}{dt} = a \cdot x - m, \quad (2)$$

где  $a = \frac{k-1}{T}$  – параметр, определяющий динамику количества ученых в стране.

Пусть в начальный момент времени  $t = t_0$  количество ученых в стране равно  $x_0$ . Тогда, решив уравнение (2), в момент времени  $t$  имеем для количества ученых в стране:

$$\text{при } a \neq 0 \quad x = \left(x_0 - \frac{m}{a}\right) \cdot e^{a(t-t_0)} + \frac{m}{a}. \quad (3)$$

$$\text{при } a = 0 \quad x = x_0 - m \cdot (t - t_0). \quad (4)$$

Из (3) следует, что при выполнении соотношения между параметрами  $x_0, m, a$

$$x_0 - \frac{m}{a} = 0 \quad (5)$$

прирост количества ученых таков, что он в точности обеспечивает отток ученых из страны. При этом количество ученых в стране остается постоянным и равным  $x = x_0$ .

**Р**ассмотрим численный пример. Пусть средняя продолжительность активной научной деятельности ученого равна  $T = 40$  годам, среднее количество подготовленных учеников на одного ученого варьируется и равно  $k = 2,5; 2; 1,4; 1; 0,5; 0,2$ .

В начальный момент времени  $t_0 = 0$  количество ученых в стране равно  $x_0 = 100$  условных единиц и среднее количество ученых в единицу времени, покидающих страну, равно  $m = 1$ , т. е. одному проценту от начального значения  $x_0 = 100$ .

В зависимости от привлекательности карьеры ученого возможны различные сценарии развития науки, представленные в табл. 1 и на рис. 2.

Если мотивация занятия наукой остается достаточно большой  $k = 2,5; 2$ , то, несмотря

на «утечку мозгов» на уровне  $m = 1$ , в стране продолжается рост количества ученых. При  $k = 1,4$  выполняется условие (5), прирост количества ученых таков, что он в точности обеспечивает отток ученых из страны, и количество ученых в стране остается постоянным,  $x = 100$ . Если занятие наукой перестает быть престижным и не приносит хотя бы минимальный доход, то  $k = 1; 0,5; 0,2$ , и количество ученых уменьшается. В последнем случае при  $k = 0,2$ , за 20 лет оно уменьшается в два раза.

Если  $m = 0$ , т. е. среднее количество ученых, покидающих страну, в единицу времени равно нулю, или когда отток равен притоку ученых в страну, динамика количества ученых будет описываться уравнением

$$x = x_0 \cdot e^{a(t-t_0)}. \quad (6)$$

Материальные потери страны, «экспортирующей» ученых, пропорциональны разности между количеством ученых в стране, рассчитанных без учета «утечки мозгов» при  $m = 0$ , и количеством ученых в стране, рассчитанных с учетом «утечки мозгов» при  $m > 0$ , равной:

$$\text{при } a \neq 0 \quad \Delta x = \frac{m}{a} \cdot (e^{a(t-t_0)} - 1); \quad (7)$$

$$\text{при } a = 0 \quad \Delta x = m \cdot (t - t_0). \quad (8)$$

Таблица 1

k	2,5	2	1,4	1	0,5	0,2
t/a	0,0375	0,025	0,01	0	-0,0125	-0,02
0	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
2	105,71	103,08	100,00	98,00	95,56	94,12
4	111,87	106,31	100,00	96,00	91,22	88,47
6	118,50	109,71	100,00	94,00	86,99	83,04
8	125,66	113,28	100,00	92,00	82,87	77,82
10	133,37	117,04	100,00	90,00	78,85	72,81
12	141,68	120,99	100,00	88,00	74,93	67,99
14	150,63	125,14	100,00	86,00	71,10	63,37
16	160,29	129,51	100,00	84,00	67,37	58,92
18	170,70	134,10	100,00	82,00	63,73	54,65
20	181,91	138,92	100,00	80,00	60,18	50,55

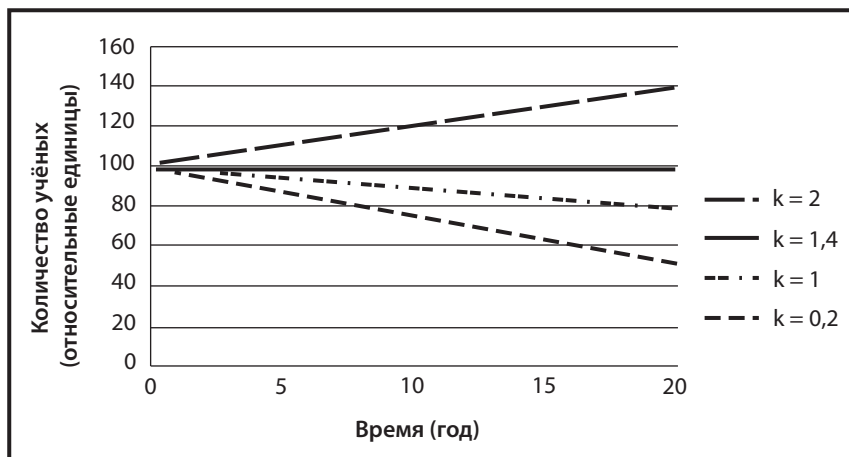


Рис. 2. Динамика количества ученых в стране

Очевидно, доход страны, «импортирующей» ученых, пропорционален тем же величинам (7) и (8). Конкурентное преимущество или упущенная прибыль пропорциональна удвоенным значениям разности  $2\Delta x$ .

В табл. 2 и на рис. 3 представлена динамика потерь в относительных величинах для различных уровней мотивации занятий наукой. Очевидно, наибольшие потери будут при высоком уровне мотивации.

Таблица 2

$k$	2,5	2	1,4	1	0,5	0,2
$t/a$	0,0375	0,025	0,01	0	-0,0125	-0,02
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	2,08	2,05	2,02	2,00	1,98	1,96
4	4,32	4,21	4,08	4,00	3,90	3,84
6	6,73	6,47	6,18	6,00	5,78	5,65
8	9,33	8,86	8,33	8,00	7,61	7,39
10	12,13	11,36	10,52	10,00	9,40	9,06
12	15,15	13,99	12,75	12,00	11,14	10,67
14	18,41	16,76	15,03	14,00	12,84	12,21
16	21,92	19,67	17,35	16,00	14,50	13,69
18	25,71	22,73	19,72	18,00	16,12	15,12
20	29,79	25,95	22,14	20,00	17,70	16,48

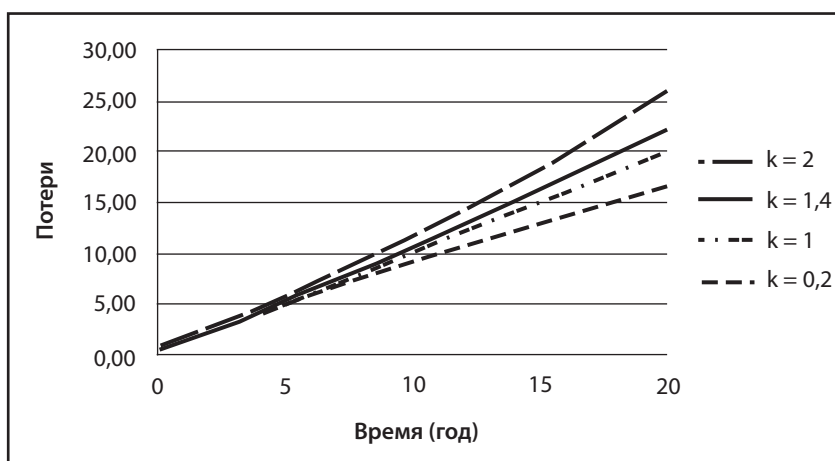


Рис. 3. Динамика потерь в относительных величинах

Исходные данные, полученные на основе экспертных оценок, позволяют дать количественную оценку возможных сценариев развития науки в стране и перспективы её модернизации. Модель применима на небольшом промежутке времени, поскольку на большом промежутке она перестает работать из-за насыщения и требует доработки.

Проводимая в области образования политика примерно соответствует сценарию при  $k = 0.2 - 0.5$ , т. е. существенному уменьшению количества научных сотрудников, близкому к критическому. ■

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Арнольд В. И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели / В. И. Арнольд // Всероссийская конференция «Математики и общество. Математическое образование на рубеже веков». – Дубна, 18 – 22 сентября 2000 г.

2. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В. И. Арнольд. – М.: Наука, 1971.

3. Арнольд В. И. Теория катастроф / В. И. Арнольд. – М.: Наука, 1990.

4. Клоков В. И. Моделирование влияния посредников на устойчивость управления и устойчивость рынка. Государство и бизнес. Вопросы теории и практики: моделирование, менеджмент, финансы / В. И. Клоков // Материалы III Международной конференции. – Санкт-Петербург, 21 апреля 2011 г. – С-Пб.: СЗАГС, 2011. – С. 110 – 123.

5. Клоков В. И. Моделирование влияния посредников на динамику цен / В. И. Клоков // Управленческое консультирование. – 2012. – № 1. – С. 77 – 88.

#### REFERENCES

Arnold, V. I. "Zhestkie" i "miagkie" matematicheskie modeli ["Hard" and "soft" mathematical model]. *Matematiki i obshchestvo. Matematicheskoe obrazovanie na rubezhe vekov*. Dubna, 2000.

Arnold, V. I. *Obyknoennye differentsialnye uravneniia* [Ordinary Differential Equations]. Moscow: Nauka, 1971.

Arnold, V. I. *Teoriia katastrof* [Catastrophe theory]. Moscow: Nauka, 1990.

Klokov, V. I. "Modelirovanie vliianiia posrednikov na ustoychivost upravleniia i ustoychivost rynka. Gosudarstvo i biznes. Voprosy teorii i praktiki: modelirovanie, menedzhment, fin-

ansy" [Modeling the influence of intermediaries in the sustainable management and the market. Government and business. Theory and practice: modeling, management and finance]. *Materialy III Mezhdunarodnoy konferentsii*. SPb: SZAGS, 2011. 110-123.

Klokov, V. I. "Modelirovanie vliianiia posrednikov na dinamiku tsen" [Modeling the influence of intermediaries on price]. *Upravlencheskoe konsultirovanie*, no. 1 (2012): 77-88.