

ДЕФІЦИТНА МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ ІНВЕСТИЦІЙНИМИ ПРОЕКТАМИ В РЕГІОНАХ

ЛАПШИН В. І., КУЗНІЧЕНКО В. М.

УДК 330.4:338.24:519.86

Лашин В. І., Кузніченко В. М. Дефіцитна модель управління інвестиційними проектами в регіонах

Розглянуто ймовірнісний підхід до дефіцитної моделі розподілу фінансових ресурсів між виконавцями інвестиційних проектів у закритій системі на основі ланцюгів Маркова, яка враховує процеси продажів (отримання коштів) і закупівель (витрачання коштів). У цьому процесі враховано вплив місцевої адміністрації, який може вирівнювати фінансові стани виконавців проектів. Стохастична матриця ланцюгів Маркова надає можливість вивчити кожний крок процесу, який досліджується. Використання методу z -перетворень дозволяє обійти труднощі, які виникають внаслідок кратності власних значень стохастичних матриць, і дає можливість отримати аналітичну форму обігу фінансових ресурсів у період, який розглядається. Отриманий вираз спрощує аналіз і розрахунки станів системи у порівнянні з іншими моделями. Визначено умови взаємодії виконавців проектів із зовнішніми системами та величини фінансових ресурсів, які можна планувати для обміну на кожному кроці процесу.

Ключові слова: стохастична матриця, вектор, ланцюги Маркова, z -перетворення, аналітична форма.

Формул: 23. **Бібл.:** 18.

Лашин Володимир Ілліч – доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри економіко-математичних методів та інформаційних технологій, Харківський інститут фінансів Українського державного університету фінансів і міжнародної торгівлі (пер. Плетньовський, 5, Харків, 61003, Україна)

E-mail: v.i.lapshyn@i.ua

Кузніченко Володимир Михайлович – кандидат фізико-математичних наук, доцент, кафедра економіко-математичних методів та інформаційних технологій, Харківський інститут фінансів Українського державного університету фінансів і міжнародної торгівлі (пер. Плетньовський, 5, Харків, 61003, Україна)

E-mail: kuznichenko_v_m@mail.ru

УДК 330.4:338.24:519.86

Лашин В. И., Кузниченко В. М. Дефицитная модель управления инвестиционными проектами в регионах

Рассмотрен вероятностный подход к дефицитной модели распределения финансовых ресурсов между исполнителями инвестиционных проектов в закрытой системе на базе цепей Маркова, которая учитывает процессы продаж (получение денег) и покупок (трата денег). В этом процессе учтено влияние местной администрации, которое может приводить к выравниванию финансовых состояний исполнителей проектов. Стохастическая матрица цепей Маркова представляет возможность изучить каждый шаг исследуемого процесса. Использование метода z -преобразования позволяет обойти трудности, которые возникают вследствие кратности собственных значений стохастических матриц, и дает возможность получить аналитическую форму оборота финансовых ресурсов в рассматриваемый период. Полученное выражение упрощает анализ и расчет состояний системы по сравнению с другими моделями. Определены условия взаимодействия исполнителей проектов с внешними системами и величины финансовых ресурсов, которые можно планировать для обмена на каждом шаге процесса.

Ключевые слова: стохастическая матрица, вектор, цепи Маркова, z -преобразование, аналитическая форма.

Формул: 23. **Библ.:** 18.

Лашин Владимир Ильич – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры экономико-математических методов и информационных технологий, Харьковский институт финансов Украинского государственного университета финансов и международной торговли (пер. Плетневский, 5, Харьков, 61003, Украина)

E-mail: v.i.lapshyn@i.ua

Кузниченко Владимир Михайлович – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра экономико-математических методов и информационных технологий, Харьковский институт финансов Украинского государственного университета финансов и международной торговли (пер. Плетневский, 5, Харьков, 61003, Украина)

E-mail: kuznichenko_v_m@mail.ru

UDC 330.4:338.24:519.86

Lapshyn V. I., Kuznichenko V. M. Deficit Model of Administering Investment Projects in Regions

The article considers a probabilistic approach to the deficit model of distribution of financial resources between executors of investment projects in the closed system on the basis of Markov chains, which takes into account processes of sales (receipt of money) and purchases (expenditures). This process takes into account influence of local administration, which could result in levelling financial states of project executors. The stochastic matrix of Markov chains provides with a possibility to study every step of the studied process. The use of the z -transformation method allows avoiding difficulties, which arise due to multiplicity of own values of stochastic matrices and gives a possibility to obtain an analytical form of turnover of financial resources in the period under consideration. The obtained expression simplifies analysis and calculation of states of the system compared to other models. The article identifies conditions of interaction of project executors with external systems and volumes of financial resources, which could be planned for exchange at each step of the process.

Key words: stochastic matrix, vector, Markov chains, z -transformation, analytical form.

Formulae: 23. **Bibl.:** 18.

Lapshyn Vladimir I. – Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Professor, Professor, Department of Economics and Mathematical Methods and Information Technology, Kharkiv Institute of Finance of the Ukrainian State University of Finance and International Trade (per. Pletnovskyy, 5, Kharkiv, 61003, Ukraine)

E-mail: v.i.lapshyn@i.ua

Kuznichenko Vladimir M. – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor, Department of Economics and Mathematical Methods and Information Technology, Kharkiv Institute of Finance of the Ukrainian State University of Finance and International Trade (per. Pletnovskyy, 5, Kharkiv, 61003, Ukraine)

E-mail: kuznichenko_v_m@mail.ru

Підвищення життєвого рівня населення України безпосередньо залежить від загального розвитку її економіки. Інвестиції в економіку, для яких потрібно створити необхідні умови в країні, є суттєвою

складовою її зростання. Крім нормативно-правової бази, оцінки загального інвестиційного клімату певної країни, інвесторів обов'язково цікавить ефективність реалізації конкретних проектів, яка на стадії планування обґрунто-

вуеться результатами наукового прогнозування, а також прозорість використання вкладених в них коштів. Тому дослідження економіко-математичної моделі управління поетапним розподілом коштів між співвиконавцями інвестиційних і регіональних проектів являє суттєвий інтерес, особливо для органів місцевого самоврядування по залученню інвесторів у регіональні програми.

Збільшення та підвищення ефективності потенціалу економічного розвитку регіонів за рахунок інвестиційного капіталу досліджувалась в роботах Я. І. Жаліло [1], М. А. Коржа [2], М. І. Крупки [3], В. Є. Лучика [4], О. К. Малютіна [5], О. М. Чемодурова [6], Г. М. Терещенко [7] та інших. У них розглядалися питання про необхідність інвестицій для стабільного економічного розвитку України та її регіонів, створення умов для їх залучення і додаткових джерел надходження.

Ефективне та прозоре використання інвестицій, а значить, їх подальше отримання, суттєво залежить від механізму управління виконанням проектів, куди вони вкладені. Управлінню грошовими потоками присвячені роботи І. О. Бланка, В. В. Бочарова, В. Г. Грушківського, А. М. Поддєрьогіна, Т. В. Тимофєєвої, Ю. Ю. Диденко [8 – 13]. Основні математичні методи і моделі, які можна використовувати у дослідженнях грошово-товарних потоків, представлені у роботах [14 – 17].

У статті [14] на основі ланцюгів Маркова досліджено дефіцитну модель взаємодії партнерів при виконанні інвестиційних проектів без елементів управління з боку територіальної адміністрації. Бездефіцитна модель грошових потоків з управлінням була представлена в роботі [17].

Метою публікації є побудова дефіцитної моделі виконання інвестиційних проектів з урахуванням управління з боку регіональної влади на основі ймовірнісного підходу – теорії ланцюгів Маркова при використанні методу z -перетворень.

Якщо всі кошти залишати у межах регіону, що є вигідним для місцевих бюджетів, бездефіцитне для виконавців завершення проекту не завжди можливе, тобто грошово-товарні потоки при закупівлях і продажах не дорівнюють один одному.

Розглянемо регіональну систему, яка складається з n структурних одиниць, між якими проходять фінансові операції (грошово-товарні потоки).

Загальний процес грошово-товарного обміну між (структурними) одиницями через певний проміжок часу (крок) може бути представлений таким модельним рекурентним рівнянням з матрицею L перехідних ймовірностей для ергодичних ланцюгів Маркова:

$$\bar{p}_i(k+1) = \bar{p}_i(k)L_i + \bar{f}_i, \quad (1)$$

де $\bar{p}_i(k)$ – вектор розподілу фінансових ресурсів між одиницями після k кроку; $f_i = (f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{in})$ – вектор владного перерозподілу (вирівнювання) їх ресурсів; $i = 1, 2$ для операцій продажів і закупівель відповідно.

Матриці $L_1 = AB^T$ і $L_2 = B^T A$ будемо називати матрицями отримання і витрачання коштів відповідно [14], які визначають вектори розподілу отримання $h(k)$ і витрачання $q(k)$ фінансових ресурсів між (структурними) одиницями після кроку ($p(k) = h(k)$; $q(k)$).

Для аналітичного вивчення поведінки ланцюгів Маркова до переходу у стаціонарний стан застосовуємо метод z -перетворень до рівняння (1), при якому переходить до [18]:

$$\frac{P(z) - P(0)}{z} = P(z)L + \frac{\bar{f}}{(1-z)}. \quad (2)$$

Після очевидних перетворень рівняння (2) приймає вигляд:

$$P(z) = [P(0) + \frac{z\bar{f}}{(1-z)}](I - zL)^{-1}, \quad (3)$$

де I – одинична матриця розміру a ($I - zL$)⁻¹ – обернена матриця до матриці ($I - zL$).

Позначимо через $H(k)$ обернене перетворення матриці ($I - zL$)⁻¹ ($I - zL$)⁻¹ $\Leftrightarrow H(k)$ і представимо цю матрицю у вигляді суми доданків:

$$H(k) = S + T(k), \quad (4)$$

де S – стохастична матриця, яка відповідає члену матриці ($I - zL$)⁻¹ з множником $\frac{1}{(1-z)}$.

Рядки матриці S дорівнюють один одному та складають компоненти вектора граничних (стаціонарних) ймовірностей стану системи при $\bar{f} = \bar{0}$. Матрицю S називають стаціонарною матрицею.

Складові матриці $H(k)$, які залишилися і позначені через $T(k)$, визначають перехідну її складову, тому що описують поведінку ланцюга Маркова у перехідний період із стану до стану.

Обернене перетворення у рівнянні (3) визначить вираз для вектора $\bar{p}_i(k)$ стану системи після k кроків, який включає через складові, пропорційні $f_i = (f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{in})$, дію владних структур по перерозподілу фінансових ресурсів між структурними одиницями та в якому добуток $\bar{p}_i(0)S$ визначає вектор стаціонарного стану системи при $f = \bar{0}$. При запланованому стану системи (вектор $\bar{g}_i = (g_{i1}, g_{i2}, \dots, g_{in})$), на який треба вийти через k кроків, рівняння $\bar{p}(k) = \bar{g}$ визначить вектор перерозподілу f .

Отримання виразу $\bar{p}(k)$ при використанні z -перетворення дозволяє аналітично аналізувати та розраховувати стан системи на кожному кроці на відміну від виразу, наведеного в роботі [14], через добуток матриць $L(L^k)$.

Рівняння (1) описує замкнуту систему взаємодіючих одиниць, тому що при $\sum_{j=1}^n f_{ij} = 0$ грошово-товарний перерозподіл між одиницями проходить у межах системи.

Умова $\sum_{j=1}^n f_{ij} = 0$ необхідна для того, щоб процес перерозподілу був збіжним.

Проведений аналіз запропонованої моделі дозволяє стверджувати, що вона не виключає взаємодії структурних одиниць за межами замкнутої системи (визначених матрицями L_i і та векторами f_i).

Діагональні елементи матриці L_i пропорційні часткам фінансових ресурсів, які структурні одиниці залишають у себе при переході з одного стану до іншого. Абсо-

лютна величина цих ресурсів, яку може планувати будь-яка структурна одиниця з n для взаємодії із зовнішніми структурами, визначається за формулою:

$$v_{in} = \begin{cases} p_{in}(0)s_{inn}, & f_{in} \geq 0 \\ p_{in}(0)s_{inn} + f_{in}, & f_{in} \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

де $p_{in}(0)$ – n -компонента вектора $\bar{p}_i(0)$, $i = 1, 2$; s_{inn} – діагональні елементи стаціонарної матриці S_i ; f_{in} – n -компонента векторів перерозподілу. Якщо $v_{in} < 0$, то n -структурна одиниця взаємодіє тільки у замкнутій системі, а розрахунки з партнерами проводить після надходження до неї фінансових ресурсів з інших одиниць.

Розглянемо на конкретному прикладі, як за допомогою z -перетворення отримати аналітичний вигляд розподілу фінансовими потоками (отримання, витрати) між регіональними структурними одиницями.

Для аналітичного вивчення поведінки ланцюга Маркова до переходу в граничний стан скористаємось z -перетворенням [18].

Нехай матриці B^T і A та їх добутки мають вигляд:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 6 \\ 3 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 6 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}; \quad (6)$$

$$L_1 = AB^T = \begin{pmatrix} 11 & 7 & 11 \\ 36 & 18 & 36 \\ 13 & 1 & 5 \\ 36 & 18 & 4 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$L_2 = B^T A = \begin{pmatrix} 11 & 5 & 5 \\ 36 & 12 & 18 \\ 13 & 13 & 5 \\ 36 & 12 & 9 \end{pmatrix}.$$

Побудуємо матрицю $(I - zL_1)$:

$$(I - zL_1) = \begin{pmatrix} 1 - \frac{11z}{36} & -\frac{7z}{18} & -\frac{11z}{36} \\ -\frac{13z}{36} & 1 - \frac{z}{3} & -\frac{5z}{18} \\ -\frac{13z}{36} & -\frac{7z}{18} & 1 - \frac{z}{4} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Знайдемо обернену матрицю до матриці $(I - zL_1)$:

$$(I - zL_1)^{-1} = \frac{1}{(1-z)} \begin{pmatrix} 13 & 7 & 11 \\ 38 & 19 & 38 \\ 13 & 7 & 11 \\ 38 & 19 & 38 \end{pmatrix} + \quad (9)$$

$$+ \frac{1}{(1+\frac{z}{18})} \begin{pmatrix} 25 & -7 & -11 \\ 38 & 19 & 38 \\ -13 & 12 & -11 \\ 38 & 19 & 38 \end{pmatrix}.$$

Отриманий вираз підставимо у рівняння (3):

$$\bar{h}(z) = \frac{\bar{h}(0)}{(1-z)} \begin{pmatrix} 13 & 7 & 11 \\ 38 & 19 & 38 \\ 13 & 7 & 11 \\ 38 & 19 & 38 \end{pmatrix} + \frac{\bar{h}(0)}{(1+\frac{z}{18})} \begin{pmatrix} 25 & -7 & -11 \\ 38 & 19 & 38 \\ -13 & 12 & -11 \\ 38 & 19 & 38 \end{pmatrix} + \quad (10)$$

$$+ \frac{\bar{f}_1 z}{(1-z)} \left[\frac{1}{(1-z)} \begin{pmatrix} 13 & 7 & 11 \\ 38 & 19 & 38 \\ 13 & 7 & 11 \\ 38 & 19 & 38 \end{pmatrix} + \frac{1}{(1+\frac{z}{18})} \begin{pmatrix} 25 & -7 & -11 \\ 38 & 19 & 38 \\ -13 & 12 & -11 \\ 38 & 19 & 38 \end{pmatrix} \right].$$

Приводимо всі складові виразу (9) до вигляду, у якому вони мають множниками прості дроби відносно $(1 - \alpha z)$, де $|\alpha| < 1$ – стала величина:

$$\bar{h}(z) = \frac{\bar{h}(0)}{(1-z)} \begin{pmatrix} 13 & 7 & 11 \\ 38 & 19 & 38 \\ 13 & 7 & 11 \\ 38 & 19 & 38 \end{pmatrix} + \frac{h(0)}{(1+\frac{z}{18})} \begin{pmatrix} 25 & -7 & -11 \\ 38 & 19 & 38 \\ -13 & 12 & -11 \\ 38 & 19 & 38 \end{pmatrix} +$$

$$+ \bar{f}_1 \left[\frac{z}{(1-z)^2} \begin{pmatrix} 13 & 7 & 11 \\ 38 & 19 & 38 \\ 13 & 7 & 11 \\ 38 & 19 & 38 \end{pmatrix} + \frac{18/19}{(1-z)} \begin{pmatrix} 25 & -7 & -11 \\ 38 & 19 & 38 \\ -13 & 12 & -11 \\ 38 & 19 & 38 \end{pmatrix} - \right.$$

$$\left. - \frac{18/19}{(1+\frac{z}{18})} \begin{pmatrix} 25 & -7 & -11 \\ 38 & 19 & 38 \\ -13 & 12 & -11 \\ 38 & 19 & 38 \end{pmatrix} \right]. \quad (11)$$

Зробимо обернене перетворення у виразі (11):

$$= \bar{h}(0) \begin{pmatrix} 13 & 7 & 11 \\ 38 & 19 & 38 \\ 13 & 7 & 11 \\ 38 & 19 & 38 \end{pmatrix} + \frac{\bar{h}(0)}{(-18)^k} \begin{pmatrix} 25 & -7 & -11 \\ 38 & 19 & 38 \\ -13 & 12 & -11 \\ 38 & 19 & 38 \end{pmatrix} +$$

$$+ \bar{f}_1 [k \begin{pmatrix} 13 & 7 & 11 \\ 38 & 19 & 38 \\ 13 & 7 & 11 \\ 38 & 19 & 38 \end{pmatrix} + \frac{18}{19} \begin{pmatrix} 25 & -7 & -11 \\ 38 & 19 & 38 \\ -13 & 12 & -11 \\ 38 & 19 & 38 \end{pmatrix} - \quad (12)$$

$$\frac{18}{19} \cdot \frac{1}{(-18)^k} \begin{bmatrix} \frac{25}{38} & -\frac{7}{19} & -\frac{11}{38} \\ -\frac{13}{38} & \frac{12}{19} & -\frac{11}{38} \\ -\frac{13}{38} & -\frac{7}{19} & \frac{27}{38} \end{bmatrix}.$$

Нагадаємо, що для того, щоб процес розподілу фінансових ресурсів між структурними одиницями був збіжним, необхідно і достатньо, щоб сума компонент вектора управління дорівнювала нулю:

$$f_{11} + f_{12} + f_{13} = 0. \quad (13)$$

При заданому векторі \bar{f}_1 формула (11) визначає вектор стану системи після n кроків. При плануванні граничного стану системи у вигляді вектора $\bar{g}_1 = (152, 152, 152)$ та заданого вектора початкового розподілу $\bar{h}(0) = (288, 114, 114)$ треба дорівняти його до вектора $\bar{h}(k)$ при $k \rightarrow \infty$:

$$(288, 114, 114) \begin{bmatrix} \frac{13}{38} & \frac{7}{19} & \frac{11}{38} \\ \frac{13}{38} & \frac{7}{19} & \frac{11}{38} \\ \frac{13}{38} & \frac{7}{19} & \frac{11}{38} \end{bmatrix} + (f_{11}, f_{12}, f_{13}) \begin{bmatrix} \frac{225}{361} & -\frac{126}{361} & -\frac{99}{361} \\ -\frac{117}{361} & \frac{216}{361} & -\frac{99}{361} \\ -\frac{117}{361} & -\frac{126}{361} & \frac{243}{361} \end{bmatrix} = (152, 152, 152). \quad (14)$$

З матричного рівняння (14), яке переходить у систему лінійних рівнянь, та умови збіжності процесу (13), знаходимо необхідне для цього значення вектора управління \bar{f}_1 :

$$\begin{cases} f_{11} + f_{12} + f_{13} = 0 \\ \frac{225}{361} f_{11} - \frac{117}{361} f_{12} - \frac{117}{361} f_{13} = -4 \\ -\frac{126}{361} f_{11} - \frac{216}{361} f_{12} - \frac{126}{361} f_{13} = -16 \\ -\frac{99}{361} f_{11} - \frac{99}{361} f_{12} + \frac{243}{361} f_{13} = 20. \end{cases} \quad (15)$$

Розв'язок системи (15) має вигляд

$$\bar{f}_1 = \left(-\frac{38}{9}; -\frac{152}{9}; \frac{190}{9} \right),$$

тобто цей вектор визначає управління владними структурами процесу продажів (отримання коштів) між виконавцями проекту.

Розглянемо процес закупівель (витрачання коштів) між виконавцями проекту.

Побудуємо матрицю $(I - zL_2)$:

$$(I - zL_2) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{11z}{36} & -\frac{5z}{12} & -\frac{5z}{18} \\ -\frac{13z}{36} & 1 - \frac{13z}{36} & -\frac{5z}{18} \\ -\frac{13z}{36} & -\frac{5z}{12} & 1 - \frac{2z}{9} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Знайдемо обернену матрицю до матриці $(I - zL_2)$:

$$(I - zL_2)^{-1} = \frac{1}{(1-z)} \begin{bmatrix} \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \\ \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \\ \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \end{bmatrix} + \quad (17)$$

$$+ \frac{1}{(1+\frac{z}{18})} \begin{bmatrix} \frac{25}{38} & -\frac{15}{38} & -\frac{5}{19} \\ -\frac{13}{38} & \frac{23}{38} & -\frac{5}{19} \\ -\frac{13}{38} & -\frac{15}{38} & \frac{14}{19} \end{bmatrix}.$$

Отриманий вираз підставимо у рівняння (3):

$$\bar{q}(z) = \frac{\bar{q}(0)}{(1-z)} \begin{bmatrix} \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \\ \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \\ \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \end{bmatrix} + \frac{\bar{q}(0)}{(1+\frac{z}{18})} \begin{bmatrix} \frac{25}{38} & -\frac{15}{38} & -\frac{5}{19} \\ -\frac{13}{38} & \frac{23}{38} & -\frac{5}{19} \\ -\frac{13}{38} & -\frac{15}{38} & \frac{14}{19} \end{bmatrix} + \frac{\bar{f}_2 z}{(1-z)} \left[\frac{1}{(1-z)} \begin{bmatrix} \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \\ \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \\ \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \end{bmatrix} + \frac{1}{(1+\frac{z}{18})} \begin{bmatrix} \frac{25}{38} & -\frac{15}{38} & -\frac{5}{19} \\ -\frac{13}{38} & \frac{23}{38} & -\frac{5}{19} \\ -\frac{13}{38} & -\frac{15}{38} & \frac{14}{19} \end{bmatrix} \right]. \quad (18)$$

Приводимо всі складові виразу (18) до вигляду, у якому вони мають множниками прості дроби відносно $(1 - \alpha z)$, де $|\alpha| < 1$ - стала величина:

$$\bar{q}(z) = \frac{\bar{q}(0)}{(1-z)} \begin{bmatrix} \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \\ \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \\ \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \end{bmatrix} + \frac{\bar{q}(0)}{(1+\frac{z}{18})} \begin{bmatrix} \frac{25}{38} & -\frac{15}{38} & -\frac{5}{19} \\ -\frac{13}{38} & \frac{23}{38} & -\frac{5}{19} \\ -\frac{13}{38} & -\frac{15}{38} & \frac{14}{19} \end{bmatrix} + \bar{f}_2 \left[\frac{z}{(1-z)^2} \begin{bmatrix} \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \\ \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \\ \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \end{bmatrix} + \frac{18/19}{(1-z)} \begin{bmatrix} \frac{25}{38} & -\frac{15}{38} & -\frac{5}{19} \\ -\frac{13}{38} & \frac{23}{38} & -\frac{5}{19} \\ -\frac{13}{38} & -\frac{15}{38} & \frac{14}{19} \end{bmatrix} - \frac{18/19}{(1+\frac{z}{18})} \begin{bmatrix} \frac{25}{38} & -\frac{15}{38} & -\frac{5}{19} \\ -\frac{13}{38} & \frac{23}{38} & -\frac{5}{19} \\ -\frac{13}{38} & -\frac{15}{38} & \frac{14}{19} \end{bmatrix} \right]. \quad (19)$$

Отримаємо оберненого перетворення для вектора $\bar{q}(z)$:

$$\bar{q}(k) = \bar{q}(0) \begin{bmatrix} \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \\ \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \\ \frac{13}{38} & \frac{15}{38} & \frac{5}{19} \end{bmatrix} + \frac{\bar{q}(0)}{(-18)^k} \begin{bmatrix} \frac{25}{38} & -\frac{15}{38} & -\frac{5}{19} \\ -\frac{13}{38} & \frac{23}{38} & -\frac{5}{19} \\ -\frac{13}{38} & -\frac{15}{38} & \frac{14}{19} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{aligned}
 & + \bar{f}_2 \left[k \begin{pmatrix} 13 & 15 & 5 \\ 38 & 38 & 19 \\ 13 & 15 & 5 \\ 38 & 38 & 19 \\ 13 & 15 & 5 \\ 38 & 38 & 19 \end{pmatrix} + \frac{18}{19} \begin{pmatrix} 25 & 15 & -5 \\ 38 & 38 & 19 \\ -13 & 23 & -5 \\ 38 & 38 & 19 \\ -13 & 15 & 14 \\ 38 & 38 & 19 \end{pmatrix} - \right. \\
 & \left. - \frac{18}{19} \cdot \frac{1}{(-18)^k} \begin{pmatrix} 25 & -15 & -5 \\ 38 & 38 & 19 \\ -13 & 23 & -5 \\ 38 & 38 & 19 \\ -13 & -15 & 14 \\ 38 & 38 & 19 \end{pmatrix} \right]. \quad (20)
 \end{aligned}$$

Для того, щоб процес розподілу фінансових ресурсів між структурними одиницями був збіжним, необхідно і достатньо, щоб сума компонент вектора управління дорівнювала нулю:

$$f_{21} + f_{22} + f_{23} = 0. \quad (21)$$

При заданому векторі \bar{f}_2 формула (20) визначає вектор стану системи після k кроків. При плануванні граничного стану системи у вигляді вектора $\bar{g}_2 = (152, 152, 152)$ і заданого вектора початкового розподілу $\bar{q}(0) = (288, 114, 114)$ треба дорівняти його до вектора $\bar{q}(k)$ при $k \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned}
 & (288, 114, 114) \begin{pmatrix} 13 & 15 & 5 \\ 38 & 38 & 19 \\ 13 & 15 & 5 \\ 38 & 38 & 19 \\ 13 & 15 & 5 \\ 38 & 38 & 19 \end{pmatrix} + (f_{21}, f_{22}, f_{23}) \\
 & \begin{pmatrix} 225 & -135 & -90 \\ 361 & 361 & 361 \\ -117 & 207 & -90 \\ 361 & 361 & 361 \\ -117 & -135 & 252 \\ 361 & 361 & 361 \end{pmatrix} = (152, 152, 152). \quad (22)
 \end{aligned}$$

З матричного рівняння (22), яке переходить у систему лінійних рівнянь, та умови збіжності процесу (21), знаходимо необхідне для цього значення вектора управління \bar{f}_2 :

$$\begin{cases} f_{21} + f_{22} + f_{23} = 0 \\ \frac{225}{361} f_{21} - \frac{117}{361} f_{22} - \frac{117}{361} f_{23} = -4 \\ -\frac{135}{361} f_{21} - \frac{207}{361} f_{22} - \frac{135}{361} f_{23} = -28 \\ -\frac{90}{361} f_{21} - \frac{90}{361} f_{22} + \frac{252}{361} f_{23} = 32. \end{cases} \quad (23)$$

Розв'язок системи (23) має вигляд

$$\bar{f}_2 = \left(-\frac{38}{9}; -\frac{266}{9}; \frac{304}{9} \right),$$

який визначає вектор управління процесом витрачання коштів.

Таким чином, методом z -перетворення визначені матриці отримання L_1^k і витрачання L_2^k коштів виконавцями проекту на кожному етапі k (кроці) виконання. Матриці S_1 і S_2 показують відповідні процесам продажів

і закупівель граничні стани розподілу коштів при виконанні проекту, а вектори \bar{f}_i – відповідні управлінські дії владних структур. За допомогою добуток векторів початкових станів і діагональних елементів матриць S_1, S_2 і складових \bar{f}_i визначаються фінансові ресурси, які виконавці можуть використовувати протягом кроку із зовнішніми партнерами при збереженні значень добуток перед наступним кроком.

ВИСНОВКИ

Запропонований метод z -перетворень дозволяє завдяки встановленій аналітичній формі без використання комп'ютерної техніки знати розподіл не тільки загального бюджету, а і бюджетів процесів продажів і закупівель між партнерами на кожному кроці ергодичного ланцюга Маркова та визначити час збігання процесу до стаціонарного стану. Введення векторів управління \bar{f}_i дозволяє контролювати процес виконання проекту, зокрема процес його фінансування (можливого вирівнювання), на кожному етапі та при необхідності, коли виникають проблеми, змінювати правила розподілу. Проведені дослідження привели до визначення шляхів взаємодії структурних одиниць із зовнішніми системами та величин фінансових ресурсів, які можна планувати для обміну на кожному кроці процесу. ■

ЛІТЕРАТУРА

1. Біла С. О. Інноваційні підходи до регіонального розвитку в Україні / С. О. Біла, Я. І. Жаліло, В. І. Жук та інші. – К.: НІСД, 2011. – 47 с.
2. Корж М. А. Пряме іноземне інвестування в умовах фінансової глобалізації / М. А. Корж // Фінанси України. – 2011. – № 12. – С. 61 – 67.
3. Крупка М. І. Аналіз формування й використання фінансового потенціалу інвестиційної діяльності в Україні / М. І. Крупка, Н. Б. Демчишак // Фінанси України. – 2012. – № 2. – С. 26 – 37.
4. Лучик В. Є. Інноваційний розвиток регіонів як головний чинник формування конкурентоспроможності національної економіки / В. Є. Лучик // Збірник наукових праць Таврійського державного агротехнологічного університету (економічні науки). – Мелітополь: Вид-во Мелітопольська типографія «Люкс». – 2012. – № 2 (18). – Том 6. – С. 126 – 133.
5. Малютін О. К. Оцінка інвестиційної вектор-структури економіки в контексті економічної безпеки України / О. К. Малютін // Фінанси України. – 2012. – № 7. – С. 37 – 46.
6. Чемодуров О. М. Проблеми фінансування інноваційної діяльності підприємств / О. М. Чемодуров // Економіка України. – 2013. – № 1. – С. 40 – 49.
7. Терещенко Г. М. Залучення потенціалу інститутів спільного інвестування для забезпечення інноваційного розвитку економіки / Г. М. Терещенко // Фінанси України. – 2012. – № 9. – С. 105 – 115.
8. Бланк И. А. Финансовый менеджмент: учебник / И. А. Бланк. – К.: Ника-Центр, Эльга, 2002. – 512 с.
9. Бочаров В. В. Управление денежным оборотом предприятий и корпораций / В. В. Бочаров. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 144 с.
10. Грушківський В. Г. Теоретичні і практичні аспекти управління грошовими потоками на підприємстві / В. Г. Груш-

ківський, Т. М. Тіховська // Формування ринкових відносин в Україні. – 2007. – № 3. – С. 36 – 40.

11. Поддєрьогін А. М. Ефективність управління грошовими потоками підприємства / А. М. Поддєрьогін, Я. І. Невмержицький // Фінанси України. – 2007. – № 11. – С. 119 – 127.

12. Тимофєєва Т. В. Аналіз денежних потоків підприємства / Т. В. Тимофєєва. – М. : Финансы и статистика; ИНФРА-М, 2010. – 368 с.

13. Диденко Ю. Ю. Значение эффективного управления денежными потоками в деятельности предприятия в рыночных условиях хозяйствования / Ю. Ю. Диденко, А. Л. Драгозов // Бизнес Информ. – 2010. – № 1. – С. 96 – 98.

14. Лапшин В. І. Модель обігу коштів між співвиконавцями проекту / В. І. Лапшин, В. М. Кузніченко, В. М. Головій // Вісник університету банківської справи Національного банку України. – 2011. – № 1(10). – С. 298 – 300.

15. Корнійчук М. Т. Ризик і надійність. Економіко-стохастичні методи й алгоритми побудови та оптимізації систем : монографія. / М. Т. Корнійчук, І. К. Совтус – К. : КНЕУ, 2000. – 212 с.

16. Вітлінський В. В. Ризик у менеджменті / В. В. Вітлінський, С. І. Наконечний. – К. : Борисфен, 1996. – 330 с.

17. Жлуктенко В. І. Стохастичні процеси та моделі в економіці, соціології, екології : навч. посібник / В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний, С. С. Савіна. – К. : КНЕУ, 2002. – 226 с.

18. Ховард Р. А. Динамическое программирование и марковские процессы / Р. А. Ховард. – М. : Советское радио, 1964. – 195 с.

REFERENCES

Bila, S. O., Zhalilo, Ya. I., and Zhuk, V. I. *Innovatsiini pidkhody do rehionalnoho rozvytku v Ukraini* [Innovative approaches to regional development in Ukraine]. Kyiv: NISD, 2011.

Blank, I. A. *Finansovy menedzhment* [Financial management]. Kyiv: Nika-Tsent; Elga, 2002.

Bocharov, V. V. *Upravlenye denezhnym oborotom predpriyatiy u korporatsii* [Managing money in circulation enterprises and corporations]. Moscow: Fynansy y statystyka, 2002.

Chemodurov, O. M. "Problemy finansuvannia innovatsiinoi diialnosti pidpriemstv" [Problems of financing of innovative activity]. *Ekonomika Ukrainy*, no. 1 (2013): 40-49.

Didenko, Yu. Yu., and Dragovoz, A. L. "Znachenie effektivnogo upravleniia denezhnymi potokami v deiatelnosti predpriatiia v rynochnykh usloviakh khoziaystvovaniia" [The value of effective cash flow management in the enterprise market in terms of management]. *Biznes Inform*, no. 1 (2010): 96-98.

Hrushkivskiy, V. H., and Tikhovska, T. M. "Teoretychni i praktychni aspekty upravlinnia hroshovymy potokamy na pidpriemstvi" [Theoretical and practical aspects of cash management in the enterprise]. *Formuvannia rynkovykh vidnosyn v Ukraini*, no. 3 (2007): 36-40.

Korzh, M. A. "Priame inozemne investuvannia v umovakh finansovoi hlobalizatsii" [Foreign direct investment in financial globalization]. *Finansy Ukrainy*, no. 12 (2011): 61-67.

Krupka, M. I., and Demchyshak, N. B. "Analiz formuvannia i vykorystannia finansovoho potentsialu investytsiinoi diialnosti v Ukraini" [Analysis of the formation and use of financial capacity for investment in Ukraine]. *Finansy Ukrainy*, no. 2 (2012): 26-37.

Korniichuk, M. T., and Sovtus, I. K. *Ryzik i nadiinist. Ekonomiko-stokhastychni metody i alhorytmy pobudovy ta optymizatsii system* [Risk and reliability. Economic and stochastic methods and algorithms and optimization systems.]. Kyiv: KNEU, 2000.

Khovard, R. A. *Dinamicheskoe programmirovaniye i markovskie protsessy* [Dynamic programming and Markov processes]. Moscow: Sovetskoe radio, 1964.

Lapshyn, V. I., Kuznichenko, V. M., and Holovii, V. M. "Model obihu koshtiv mizh spivvykonavtsiamy proektu" [Model turnover between co-executors of the project]. *Visnyk universytetu bankivskoi spravy Natsionalnoho banku Ukrainy*, no. 1(10) (2011): 298-300.

Luchyk, V. Ie. "Innovatsiinyi rozvytok rehioniv iak holovnyi chynnyk formuvannia konkurentospromozhnosti natsionalnoi ekonomiky" [Innovative regional development as a factor in shaping the competitiveness of the national economy]. *Zbirnyk naukovykh prats Tavriiskoho derzhavnogo ahrotekhnolohichnoho universytetu*, vol. 6, no. 2(18) (2012): 126-133.

Maliutin, O. K. "Otsinka investytsiinoi vektor-struktury ekonomiky v konteksti ekonomichnoi bezpeky Ukrainy" [Evaluation of investment vector structure of the economy in the context of the economic security of Ukraine]. *Finansy Ukrainy*, no. 7 (2012): 37-46.

Poddieryohin, A. M., and Nevmerzhytskyi, Ya. I. "Efektivnist upravlinnia hroshovymy potokamy pidpriemstva" [The effectiveness of the cash flows of the enterprise]. *Finansy Ukrainy*, no. 11 (2007): 119-127.

Tereshchenko, H. M. "Zaluchennia potentsialu instytutiv spilnoho investuvannia dlia zabezpechennia innovatsiinoho rozvytku ekonomiky" [Attracting potential joint investment institutions to provide innovative economic development]. *Finansy Ukrainy*, no. 9 (2012): 105-115.

Timofeeva, T. V. *Analiz denezhnykh potokov predpriatiia* [Analysis of cash flows of the company]. Moscow: Finansy i statistika; INFRA-M, 2010.

Vitlynskyi, V. V., and Nakonechnyi, S. I. *Ryzik u menedzhmenti* [The risk in management.]. Kyiv: Borysfen, 1996.

Zhluktenko, V. I., Nakonechnyi, S. I., and Savina, S. S. *Stokhastychni protsesy ta modeli v ekonomitsi, sotsiologii, ekolohii* [Stochastic processes and models in economics, sociology, and ecology]. Kyiv: KNEU, 2002.