

# МОДЕЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ ВИРОБНИЦТВА, ЗБЕРІГАННЯ ТА ЗБУТУ ТОВАРУ

ШЕРСТЕННИКОВ Ю. В.

УДК 330.45:334.012.64

## Шерстенников Ю. В. Модельна оптимізація виробництва, зберігання та збуту товару

Розроблено нову економіко-математичну модель виробництва, зберігання та збуту товару з урахуванням взаємоузгодженого зв'язку між параметрами виробництва та поточними характеристиками ринку. Модель дозволяє врахувати як характеристики ринку, так і логістику підприємства. Модель відрізняється від запропонованих раніше тим, що вона: а) більш докладно враховує процес просування товару на ринок; б) детально описує всі етапи виконання проекту – перехідний етап на початку проекту, етап роботи підприємства у відносно сталих умовах, етап заключної стадії проекту. Виконано застосування розробленої моделі для оптимізації процесу проектного планування. На підставі запропонованої моделі розроблено методики розрахунку і дослідження оптимальних проектних рішень, які дозволяють виконувати порівняльний аналіз різних інвестиційних проектів при різних ринкових умовах, в яких функціонує підприємство.

**Ключові слова:** моделювання, оптимізація, логістика підприємства, проектні рішення.

**Рис.:** 8. **Табл.:** 3. **Формул.:** 17. **Бібл.:** 8.

**Шерстенников Юрій Всеволодович** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики, Дніпропетровський національний університет ім. О. Гончара (вул. Наукова, 13, Дніпропетровськ, 49050, Україна)

**E-mail:** hm001@ukr.net

УДК 330.45:334.012.64

## Шерстенников Ю. В. Модельная оптимизация производства, хранения и сбыта товара

Разработана новая экономико-математическая модель производства, хранения и сбыта товара с учетом взаимосогласованной связи между параметрами производства и текущими характеристиками рынка. Модель позволяет учесть как характеристики рынка, так и логистику предприятия. Модель отличается от предложенных раньше тем, что она: а) более подробно учитывает процесс продвижения товара на рынок; б) детально описывает все этапы выполнения проекта – переходной этап в начале проекта, этап работы предприятия в относительно постоянных условиях, этап заключительной стадии проекта. Выполнено применение разработанной модели для оптимизации процесса проектного планирования. На основании предложенной модели разработаны методики расчета и исследования оптимальных проектных решений, которые позволяют выполнять сравнительный анализ разных инвестиционных проектов при разных рыночных условиях, в которых функционирует предприятие.

**Ключевые слова:** моделирование, оптимизация, логистика предприятия, проектные решения.

**Рис.:** 8. **Табл.:** 3. **Формул.:** 17. **Библ.:** 8.

**Шерстенников Юрий Всеволодович** – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры экономической кибернетики, Днепропетровский национальный университет им. О. Гончара (ул. Научная, 13, Днепропетровск, 49050, Украина)

**E-mail:** hm001@ukr.net

UDC 330.45:334.012.64

## Sherstennikov Y. V. Model Optimisation of Production, Storage and Sales of Goods

The article develops a new economic and mathematical model of production, storage and sales of goods with consideration of mutually co-ordinated connection between parameters of production and current market characteristics. The model allows taking into consideration both market characteristics and enterprise logistics. The model differs from the earlier proposed by the following: a) it takes into account the process of movement of goods to the market in more details; b) it describes in more details all stages of the project execution – the transitional stage in the beginning of the project, the stage of enterprise operation under more or less stable conditions and the final stage of the project. The article applies the developed model for optimisation of the process of planning. The proposed model was used for development of methods of calculation and study of optimal project solutions, which allow conduct of the comparative analysis of various investment projects under different market conditions of enterprise functioning.

**Key words:** modelling, optimisation, enterprise logistics, project solutions.

**Pic.:** 8. **Tabl.:** 3. **Formulae:** 17. **Bibl.:** 8.

**Sherstennikov Yuriy V.** – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Economic Cybernetics, Dnipropetrovsk National University named after O. Gonchar (vul. Naukova, 13, Dnipropetrovsk, 49050, Ukraine)

**E-mail:** hm001@ukr.net

Робота підприємств в умовах ринкової економіки потребує розробки ефективних методик управління складними економічними системами в мінливих умовах зовнішнього середовища. При цьому треба мати на увазі, що економічні системи є суттєво нелінійними об'єктами. Ця обставина ускладнює дослідження таких систем і вимагає створення адекватних динамічних моделей, які, з одного боку, відбивають притаманну економічним системам нелінійність, а з іншого – дозволяють досліджувати розвиток цих систем у реальному часі.

Дослідженими є багато різних аспектів управління підприємством: запропоновані та реалізовані моделі оперативного регулювання виробництва з урахуванням зовнішніх факторів [5]. Закладені загальні підходи до розробки управлінських рішень, які визначають і регулюють

діяльність об'єкта управління і його підрозділів на будь-яких стадіях виробництва [6]. Розробляються підходи до аналізу діяльності складних виробничих комплексів [7]. Розроблено динамічну модель виробництва, зберігання та збуту товару повсякденного попиту [1] і методи оптимізації виробництва на базі цієї моделі [2 – 4].

Недоліком моделі з роботи [1] є те, що ця модель є гранично спрощеною і не враховує багатьох аспектів роботи реального виробництва. Зокрема в цій моделі не розкривається механізму просування товару на ринок, не визначається роль складських приміщень і мережі роздрібної торгівлі (МРТ). У роботах [2 – 4] розроблено потужний математичний апарат дослідження оптимальних властивостей розв'язків моделі з роботи [1], і хоча ці роботи містять дуже цікавий методологічний підхід, вони наслідують недоліки роботи [1]. Тому існує нагаль-

на потреба суттєвого узагальнення модельного підходу, запропонованого в [1], з метою створення більш реалістичних методик дослідження динамічних аспектів процесу виробництва, зберігання та збуту товару.

Мета статті – розробка економіко-математичної моделі виробництва, зберігання та збуту товару з урахуванням взаємоузгодженого зв'язку між параметрами виробництва та поточними характеристиками ринку; застосування розробленої моделі для оптимізації процесу проектного планування.

Узагальнюючі основні ідеї, розвинуті в роботах [1, 8], у даній статті запропоновано нову модель виробництва, зберігання та збуту товару, яка враховує, з одного боку, характеристики ринку, з іншого – логістику підприємства.

Сформулюємо основні рівняння моделі. Будемо вважати, що в загальному випадку ціна продукції може впливати на поточний потенційний попит  $Q$ . Цей вплив будемо вважати лінійним:

$$Q(p) = Qm \cdot \left(1 - \frac{p}{pm}\right), \quad (1)$$

де  $Qm$  – максимальне значення потенційного попиту, який гіпотетично може бути досягнутий при нульовій ціні;  $pm$  – максимальне значення ціни при якій попит обертається на нуль.

У загальному випадку також вважаємо, що темп виробництва впливає на ціну продукції:

$$p(y) = a - b \cdot y. \quad (2)$$

Інші рівняння моделі є:

$$r(t) = n \cdot R(t) \cdot [Q(t) - V(t)], \quad (3)$$

$$\frac{dV}{dt} = r(t) - k_1 \cdot V(t), \quad (4)$$

$$\frac{dS}{dt} = y(t) - so(t), \quad (5)$$

$$\frac{dR}{dt} = so(t) - r(t), \quad (6)$$

$$\frac{dK}{dt} = \sum_{j=1}^{J_K} I_K^j \cdot \delta(t - t_K^j), \quad (7)$$

$$y(t) = f \cdot Rm(t), \quad (8)$$

$$\frac{dCR}{dt} = \sum_{j=1}^{J_R} I_R^j \cdot \delta(t - t_R^j), \quad (9)$$

$$CR(t) = \alpha \cdot Rm(t), \quad (10)$$

$$M(t) = (1 - kp) \cdot [(1 - kad) \cdot p \cdot r(t) - p \cdot c \cdot y(t) - mu \cdot A(t) - z \cdot Rm(t) - k_2 \cdot S(t)], \quad (11)$$

де  $y$  – темп виробництва товару (кількість одиниць товару, випущених в одиницю часу);  $r$  – темп продажу товару;  $S$  – кількість товару на оптовому складі;  $R$  – кількість товару в мережі роздрібною торгівлі;  $V$  – кількість товару у споживачів (ще не спожитого);  $M$  – прибуток;  $Q$  – потенційний попит (повна кількість товару, що здатна миттєво задовольнити попит в умовах відсутності ажіотажного попиту);  $p$  – ціна товару;  $k_1$  – темп споживання товару (відносний коефіцієнт споживання купленого товару в одиницю часу);  $k_2$  – плата за зберігання

одиниці непроданого товару в одиницю часу;  $n$  – коефіцієнт швидкості продажу товару;  $so$  – темп перевезень товару з оптового складу у мережу роздрібною торгівлі;  $K$  – вартість основних виробничих фондів (ОВФ);  $ks$  – доля прибутку, що виділяється на реінвестування;  $f$  – фондівдача ОВФ;  $kp$  – ставка податку на прибуток;  $kad$  – ставка податку на додану вартість;  $c$  – частка собівартості в ціні продукції;  $mu$  – коефіцієнт амортизації;  $z$  – плата за зберігання одиниці товару в одиницю часу в мережі роздрібною торгівлі;  $s$  – коефіцієнт, що визначає ціну рекламної компанії;  $I_K^j$  – інвестиції, що залучаються в періоді  $t = t_K^j$  для нарощування ОВФ;  $I_R^j$  – інвестиції, що залучаються в періоді  $t = t_R^j$  для розширення МРТ;  $CR$  – вартість МРТ;  $Rm$  – максимальна кількість товару, що може знаходитися в МРТ;  $\alpha$  – коефіцієнт, що встановлює відповідність між  $Rm$  та  $CR$ .

Фондовіддача  $f$ , як і інші параметри, може бути функцією часу, але в даному контексті вважається постійною.

Система рівнянь (1) – (11) має розв'язуватись при таких обмеженнях:

$$0 \leq S(t) \leq Sm, 0 \leq R(t) \leq Rm, \quad (12)$$

де  $Sm$  і  $Rm$  – максимальні значення товару на оптовому складі та в мережі роздрібною торгівлі, відповідно.

Обмеження (12) також будемо включати в систему рівнянь моделі. Треба зазначити, що розрахунки виконувались для скінченно-різницевої форми системи рівнянь (1) – (12). Як період дискретизації моделі ( $T$ ) був обраний один день. У цьому випадку темп перевезень товару з оптового складу у мережу роздрібною торгівлі має вигляд:

$$so_i = \min \left[ r_i \cdot \left(1 + \frac{Rm_i - R_i}{Rm_i}\right), \frac{Rm_i - R_i}{Rm_i}, \frac{S_i}{T} \right]. \quad (13)$$

Розрахунки за моделлю (1) – (13) виконувались при таких значеннях параметрів:  $p = 10$ ,  $c = 0,5$ ,  $A_0 = 1,25 \cdot 10^4$ ,  $f = 4,932 \cdot 10^{-3}$ ,  $mu = 5,479 \cdot 10^{-4}$ ,  $S_0 = 0$ ,  $Sm = 300$ ,  $so_0 = 0$ ,  $R_0 = 100$ ,  $Rm = 130$ ,  $y_0 = 6,16$ ,  $Q_0 = 450$ ,  $V_0 = 0$ ,  $k_1 = 0,5$ ,  $k_2 = 0,01$ ,  $r_0 = 0$ ,  $n = 1,134 \cdot 10^{-4}$ ,  $z = 0,031$ ,  $\alpha = 0,02$ ,  $s = 1,481$ .

Деталі розрахунків для скінченно-різницевої форми моделі (1) – (13), а також методику урахування обмежень (12) можна знайти в роботі [8]. Система рівнянь (1) – (13) є суттєво нелінійною, що призводить до нестійких розв'язків у широкому діапазоні параметрів. Тому при розрахунках за моделлю (1) – (13) треба виконувати усереднення темпів продажу  $r$  і перевезень  $so$  по деякому часовому інтервалу:

$$\bar{r}_i = \langle r \rangle_{i-ps}^i, \quad \bar{so}_i = \langle so \rangle_{i-ps}^i, \quad (14)$$

де  $ps$  – часовий інтервал усереднення.

При розрахунках за моделлю (1) – (13) усереднення (14) виконувалось починаючи з 4 періоду для  $ps = 4$ . Правило (14) також включаємо в систему модельних співвідношень.

У статті розглядається планування проекту підприємства, що має тривати два роки. Як правило, планування проекту починається не з нуля, коли потрібно створювати всі потужності і взагалі всі ОВФ із самого

початку. Вважаємо, що підприємство починає планування проекту, маючи під цій проект: ОВФ вартістю  $K_0$ , які забезпечують виробничі потужності  $y_0$ ; оптовий склад готової продукції ємністю  $Sm$ ; МРТ, в якій може знаходитись продукція в максимальній кількості,  $Rm_0$ . Проект закінчується, коли вся вироблена продукція реалізована. Завдання полягає у знаходженні оптимальних значень параметрів управління.

Вважаємо, що підприємство повністю забезпечене сировиною та оборотними коштами. Головна проблема, яка є предметом дослідження у статті, – це проблема організації оптимальних масштабів виробництва, взаємоузгоджених з процесом його реалізації. Принципова схема управління потоками продукції від виробництва до збуту показана на рис. 1. Тут  $Y$  – поточна виробнича потужність,  $y$  – «включена» виробнича потужність,  $k$  – коефіцієнт включення. Розрахунки за моделлю (1) – (14) будуть виконуватись з урахуванням наведеної схеми.

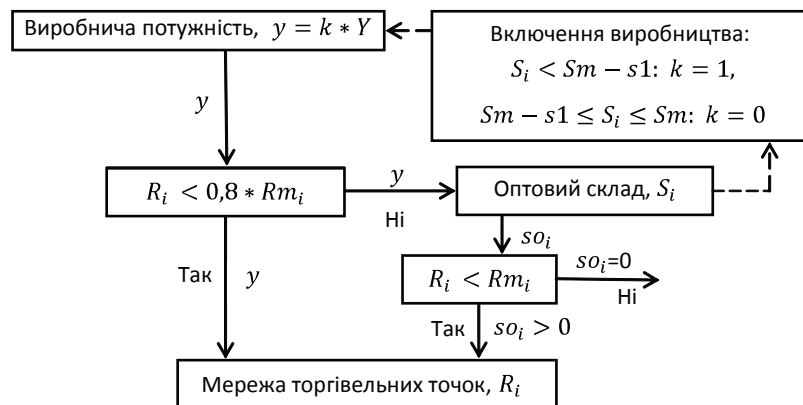


Рис. 1. Схема управління потоками продукції: суцільні лінії – потоки продукції; пунктирні – потоки інформації

Один з основоположників квантової механіки Вернер Гейзенберг казав: «Я волію не братися за розв'язок диференціального рівняння, якщо наперед не маю уявлення про те, яким має бути результат». Для завдання, яке має бути вирішено в статті, це міркування є вельми доречним. Оптимізація роботи складної системи потребує розуміння основних проблем, які виникають в її роботі для того, щоб процес оптимізації був більш цілеспрямований. Тому перш, ніж приступати до розробки формальних математичних методів оптимізації проекту, треба детально з'ясувати суть проблеми, тобто оцінити вплив управляючих параметрів на економічні результати. Виконаємо деякі попередні розрахунки, ціль яких – з'ясувати основні проблеми, що виникають при просуванні товару на ринок, і обрати управляючі параметри, за котрими буде проводитись оптимізація.

На рис. 2, рис. 3 показані результати розрахунків за системою (1) – (14) при виробничій потужності  $y = 7,5$  і максимальній ємності МРТ  $Rm = 130$ .

З рис. 2 видно, що на начальному етапі відповідно до схеми на рис. 1 потік товару спрямо-

вується безпосередньо в магазини роздрібною мережі. Тому перші 14 періодів (днів) на оптовому складі товару немає. Слід зауважити, що МРТ має пріоритет щодо наявності товару, оскільки відсутність товару в МРТ означає втрату виторгу. Це пріоритетне становище МРТ відображено на схемі рис. 1, яка покладена в основу алгоритму чисельних розрахунків. Далі, з 15 періоду починає заповнюватись оптовий склад, при цьому потік товару в МРТ здійснюється вже через оптовий склад. На 80 день роботи рівень запасу товару в МРТ досягає оптимального значення, при цьому темп продаж  $r_i$  (див. рис. 3) стає максимально можливим. Той факт, що рівень товару в МРТ продовжує наростати при  $i > 80$  свідчить про те, що темп виробництва  $y_i$  перевищує темп продажу  $r_i$ . Це також добре видно на рис. 3.

З порівняння рис. 2 і рис. 3 видно, що коли рівень запасу товару на оптовій базі наближається до максимального, то виробництво змушено припинятись:  $y_i = 0$ , як це і має бути відповідно до схеми на рис. 1. Для

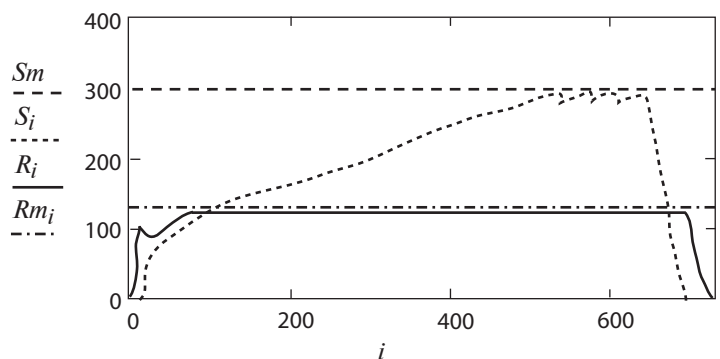


Рис. 2. Динаміка рівнів товару на оптовому складі  $S_i$  та в МРТ  $R_i$

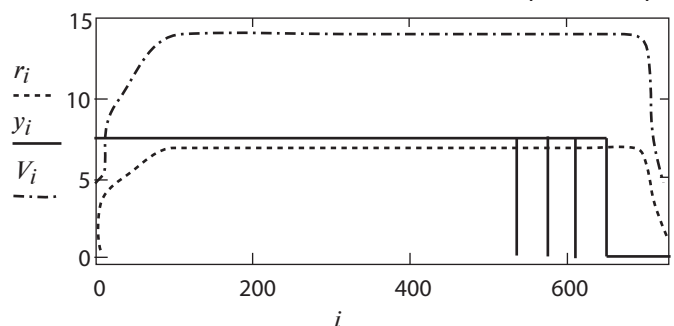


Рис. 3. Динаміка темпів виробництва  $y_i$  і продажу  $r_i$  та рівня запасу товару у споживачів  $V_i$

того, аби до кінця горизонту планування  $T = 730$  весь товар був проданий, необхідно, щоб виробництво було зупинено при  $t1 = 650$ . При цьому рівень запасу товару в МРТ  $R_i$  і темп продажів  $r_i$  ще будуть триматися на максимальному рівні до періоду  $i = 692$  за рахунок зменшення запасів товару на оптовому складі. Після чого вони починають зменшуватись, і при  $i = 730$  проект можна вважати завершеним. За весь період існування проекту буде отриманий прибуток  $\sum_1^{370} M_i = 9163$ .

Зведеного вище аналізу зрозуміло, які заходи можуть бути здійснені підприємством для покращення економічних показників роботи. Наприклад, можна, починаючи з періоду  $i = 250$ , збільшити на 10% кількість торгових точок, тобто збільшити  $Rm_i$ :

$$Rm_i = \begin{cases} Rm_0, & \text{якщо } i \leq tr, \\ qr \cdot Rm_0, & \text{інакше,} \end{cases} \quad (15)$$

де  $Rm_0 = 130$ ,  $tr = 250$ ,  $qr = 1,1$ ; а отже, і збільшити темп продажів. Розрахунки за системою рівнянь (1) – (14) з урахуванням (15) представлені на рис. 4, рис. 5. Перш за все бачимо, що в цьому разі зупинку виробництва не відбувається. Крім того, у даному випадку виробництво має бути зупинено значно пізніше, – при  $t1 = 675$ . Це означає, що буде отриманий більший прибуток від проекту.

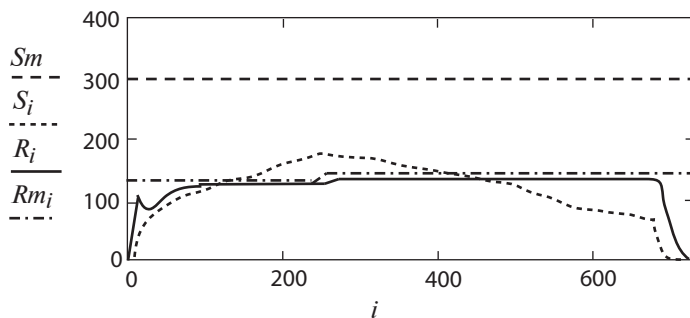


Рис. 4. Динаміка рівнів товару при розширенні МРТ при  $i = 250$

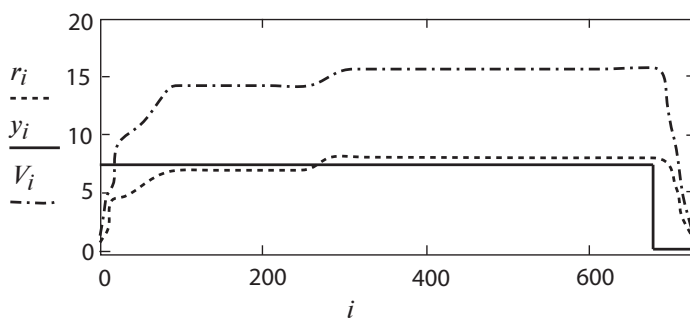


Рис. 5. Динаміка темпів виробництва  $y_i$  і продажу  $r_i$  та рівня запасу товару у споживачів  $V_i$  при розширенні МРТ при  $i = 250$

З рис. 4 видно, що значно знижуються витрати на оплату зберігання товару в оптовому складі.

Розрахунки показують, що за весь час виконання проекту буде отриманий прибуток  $\sum_1^{370} M_i = 11630$ , що на 27% більше, ніж у випадку сталої МРТ.

Проведений вище аналіз економічних показників роботи підприємства щодо реалізації товару на ринку показує, які фактори можуть вважатися варіаційними

параметрами при оптимізації процесів виробництва і збуту продукції. З вищевикладеного, а також із системи рівнянь видно, що як управляючі параметри для завдання оптимізації економічного результату, за який ми обираємо прибуток підприємства, треба обрати: ціну продукції  $p$ ; часовий розподіл інвестицій  $\{I_K^j, t_K^j\}$  на розвиток ОВФ, який відповідно до рівнянь (7), (8) визначає динаміку виробничої потужності  $y$ ; часовий розподіл інвестицій  $\{I_R^j, t_R^j\}$ , який відповідно до рівнянь (9), (10) визначає динаміку ємності МРТ  $Rm$ ; потенційний попит  $Q$ ; ємність оптового складу  $Sm$ . У даній статі ми не розглядаємо рекламну компанію, тому потенційний попит  $Q$  не є незалежним параметром; ємність оптового складу  $Sm$  будемо вважати сталою. Тому параметри  $Q$  та  $Sm$  у даній роботі виключаємо з числа управляючих параметрів. Тоді цільова функція планування проекту:

$$F(p, \{I_K^j, t_K^j\}, \{I_R^j, t_R^j\}) = \int_0^T M(t)dt - \Lambda_K - \Lambda_R, \quad (16)$$

де

$$\Lambda_K = \begin{cases} \sum_{j=1}^{J_K} I_K^j, & \Delta K > 0, \\ -0,5 \cdot \Delta K, & \Delta K < 0, \end{cases}$$

$$\Lambda_R = \begin{cases} \sum_{j=1}^{J_R} I_R^j, & \Delta R > 0, \\ -0,7 \cdot \Delta R, & \Delta R < 0. \end{cases}$$

Величини  $\Lambda_K$  і  $\Lambda_R$  відображають зміну прибутку при зміні вартості ОВФ і МРТ, відповідно. Значення цих параметрів має такий зміст. Якщо за проектом заплановано збільшення ОВФ (або МРТ) на величину відповідних інвестицій, то ці інвестиції треба повертати, бо вони є пасивом підприємства. Якщо ж навпаки, оптимальні за проектом параметри ОВФ (або МРТ) виявилися меншими, ніж початкові значення, то надлишок цих вартостей треба якимось чином реалізувати: або продати, або задіяти в іншому проекті. Вважаємо, що коефіцієнт ліквідності в цьому разі складе 0,5 (або 0,7).

Нижче будуть досліджені задачі оптимізації роботи підприємства в таких постановках:

Z1. Потенційний попит не залежить від ціни продукції, ціна продукції не залежить від обсягів виробництва. Треба максимізувати цільову функцію відносно варіаційних параметрів  $y, p, Rm$ .

Z2. Ціна продукції не залежить від обсягів виробництва, потенційний попит залежить від ціни продукції. Треба максимізувати цільову функцію відносно варіаційних параметрів  $y, p, Rm$ .

Z3. Потенційний попит залежить від ціни продукції, ціна продукції залежить від обсягів виробництва. Треба максимізувати цільову функцію відносно варіаційних параметрів  $y, Rm$ .

Відносно вибору варіаційних параметрів з задачах Z1 – Z3 треба зробити таке зауваження. При реалізації математичних програм є більш зручним варіювати саме  $y, Rm$ , а не відповідні обсяги інвестицій; і лише після

знаходження  $y$ ,  $Rm$  обчислювати необхідні обсяги інвестицій.

Алі переходимо до безпосереднього розв'язку сформульованих вище оптимізаційних завдань. У силу складності моделі (1) – (14) ми не будемо намагатися застосувати аналітичні методи такі, як принцип максимуму Л. С. Понтрягіна. Розв'язок оптимізаційних завдань буде виконуватись чисельними методами. Визначені вище основні управляючі параметри є екзогенними, і керівництво підприємства може їх змінювати в певних межах. Однак навіть у дискретному випадку для горизонту планування два роки ( $i = 0,730$ ) кожний параметр може набувати незалежні значення в 730 точках. Це означає, що варіаційна задача для трьох економічних характеристик містить  $730 \cdot 3$  незалежних параметрів. Чисельний розв'язок такого завдання не є реалістичним. Тому треба залучити певні гіпотези для радикального зниження розмірності оптимізаційної задачі. Відносно можливих варіацій трьох незалежних параметрів будемо дотримуватись таких гіпотез.

G1. Гіпотеза про релейне включення виробничих потужностей.

G2. Гіпотеза про постійне значення ціни продукції протягом усього горизонту планування.

G3. Гіпотеза про одноступінчасту форму (15) часової залежності ємності МРТ.

Наведемо аргументи на підтримку цих гіпотез. Модель (1) – (14) є узагальненням моделі, запропонованої в роботі [1]. Автор роботи [3], виходячи з моделі роботи [1] і застосовуючи принцип максимуму Л. С. Понтрягіна, довів, що оптимальне управління процесом виробництва є релейним, тобто спочатку виробництво включається на повну потужність, а потім виключається. Ми робимо припущення, що додаткові рівняння моделі (1) – (14) не впливають на цей висновок. Тому, наслідуючи роботу [3], робимо гіпотезу G1. Твердження G1 є всього лише гіпотезою, оскільки застосувати принцип максимуму Л. С. Понтрягіна для моделі (1) – (14) не уявляється можливим. Зауважимо, що модель (1) – (14) є значно більш реалістичною порівняно з моделлю з роботи [1], і, відповідно, значно більш складнішою. Щодо гіпотези G2, то така ситуація коли ціна встановлюється на весь горизонт планування, відповідає широко розповсюдженій практиці проектного планування. Для обґрунтування гіпотези G3 слід звернутися до проведеного вище аналізу роботи підприємства. Порівняння рис. 2 і рис. 4 показує, що одноступінчаста форма (15) часової залежності ємності МРТ вирішує проблему радикального покращення економічних показників, зокрема, чисельні розрахунки доводять, що суттєво зростає цільова функція (16). Збільшення кількості сходів суттєвих економічних результатів не дає.

Перейдемо до розгляду оптимізаційної задачі в постановці Z1. З урахуванням гіпотез G1 – G3 маємо таке завдання: знайти максимальне значення цільової функції (16) за умов

$$y_{\min} \leq y \leq y_{\max}, p_{\min} \leq p \leq p_{\max}, 0 \leq tr \leq 730, qr_{\min} \leq qr \leq qr_{\max} \quad (17)$$

У задачі Z1 потенційний попит є константою. Оберемо цю константу рівною  $Q = 500$ .

У системі обмежень (17) параметри  $tr$  і  $qr$  визначають часову динаміку запланованої за проектом вартості МРТ. Для чисельної оптимізації розроблено програму в середовищі Mathcad. Розв'язки оптимізаційної задачі Z1 при різних значеннях параметра  $z$  (плата за зберігання одиниці товару в одиницю часу в МРТ) подано в табл. 1. При розрахунках обмеження (17) були взяті такими:

$$0 \leq p \leq 12, 0 \leq tr \leq 730, 0,7 \leq qr \leq 1,3.$$

Обмеження по  $y$  показані в дужках.

Таблиця 1

Оптимальні розв'язки задачі Z1

Параметр	$z (5 \leq y \leq 12)$			$z (5 \leq y \leq 7,4)$		
	0,038	0,076	0,114	0,038	0,076	0,114
$y$	8,786	8,786	7,542	7,4	7,4	7,398
$p$	12	12	12	12	12	12
$tr$	44	44	43	44	44	43
$qr$	1,3	1,3	1,1	1,09	1,065	1,078
$F$	$2,238 \cdot 10^4$	$1,804 \cdot 10^4$	$1,381 \cdot 10^4$	$2,114 \cdot 10^4$	$1,746 \cdot 10^4$	$1,382 \cdot 10^4$
$I_K$	$4,054 \cdot 10^3$	$4,054 \cdot 10^3$	421,9	8	8	1,325
$I_R$	270	270	98,79	87,92	76,3	70,2

З табл. 1 видно, що в оптимальному розв'язку задачі Z1 завжди має місце рівність  $p = p_{\max}$ . Це означає, що для задачі Z1 параметр  $p$  взагалі не є варіаційним і може розглядатися як екзогенний. Порівняємо два оптимальні розв'язки при різних обмеженнях  $5 \leq y \leq 12$  і  $5 \leq y \leq 7,4$  і при однаковому  $z = 0,038$ . У першому випадку  $F = 2,238 \cdot 10^4$ , у другому  $F = 2,114 \cdot 10^4$ , тобто загальний економічний ефект виявився близьким, незважаючи на те, що в першому випадку виробнича потужність має становити  $y = 8,786$ , а в другому  $y = 7,4$ , що є суттєво меншим. Чистий прибуток виявився близьким за рахунок того, що в першому випадку загальна сума інвестицій становить  $I_K + I_R = 4,324 \cdot 10^3$ , тоді як у другому – всього лише 95,92. Таким чином, у підприємства є можливість обирати між різними інвестиційними проектами. Якщо в нього є достатньо інвестиційних ресурсів, то може бути обраним перший проект, якщо ні – другий. Аналогічні висновки мають місце і при інших  $z$ .

На рис. 6 – рис. 8 показана часова динаміка основних показників; розрахунки виконані для оптимального розв'язку:  $z = 0,076$  ( $5 \leq y \leq 12$ ). З рис. 6 видно, що розширювати МРТ потрібно майже відразу після закінчення перехідного процесу, що також видно з табл. 1 – момент нарощування МРТ  $tr = 44$ .

Рис. 6 також пояснює чому при  $i = 455$  на рис. 7 спостерігається зменшення темпу продажу  $r_i$  та рівня запасу товару у споживачів  $V_i$ . Як видно з рис. 6, ці явища обумовлені зменшенням рівня товару в МРТ, що, у свою чергу, обумовлено низьким рівнем запасу товару на оптовому складі.

Таблиця 2

Оптимальні розв'язки задачі Z2

Параметр	Qm		
	800	900	1000
Q	320	360	407,16
y	5,248	5,948	6,732
p	12	12	11,87
tr	40	15	15
qr	1,3	1,3	1,3
F	$8,38 \cdot 10^3$	$1,07 \cdot 10^3$	$1,29 \cdot 10^4$
$I_K$	$-3,14 \cdot 10^3$	$-2,116 \cdot 10^3$	-959,6
$I_R$	270	270	270

Розглянемо оптимізаційну задачу в постановці Z3. Як і раніше,  $z = 0,076$ . Система обмежень:  $5 \leq y \leq 8, 0 \leq tr \leq 730, 0,7 \leq qr \leq 1,3$ .

Розв'язок оптимізаційної задачі Z3 при різних значеннях параметра Qm подано в табл. 3. Характерною рисою цього розв'язку є те, що умовою зростання чистого прибутку F є зниження ціни продукції.

Таблиця 3

Оптимальні розв'язки задачі Z3

Параметр	Qm		
	650	850	1000
Q	276,77	357,82	477,4
y	6,021	5,892	7,397
p	11,48	11,58	10,452
tr	14,94	19	13,162
qr	1,246	1,3	1,233
F	307,26	$9,523 \cdot 10^3$	$1,178 \cdot 10^4$
$I_K$	$-1,923 \cdot 10^3$	$-2,12 \cdot 10^3$	-0,011
$I_R$	221,56	270	210

Важливо також, що сумарні інвестиції є в цьому разі незначними і навіть від'ємними, що сприяє виконанню проекту.

**ВИСНОВКИ**

З вищевикладеного можна зробити такі висновки.

1. У статті розроблено нову модель виробництва, зберігання і збуту товару. Ця модель відрізняється від запропонованих раніше тим, що вона:

- ✦ більш докладно ураховує логістику підприємства;
- ✦ детально описує всі етапи виконання проекту – перехідний етап на початку проекту, етап роботи підприємства у відносно сталих умовах, етап заключної стадії проекту.

2. На підставі запропонованої моделі розроблено методики розрахунку і дослідження оптимальних проектних рішень, які дозволяють виконувати порівняльний аналіз різних інвестиційних проектів при різних ринкових умовах, в яких функціонує підприємство. ■

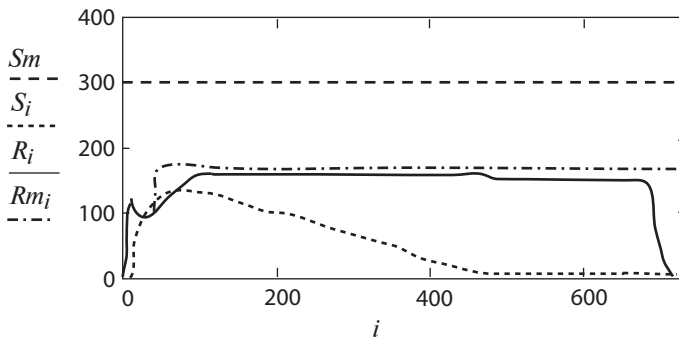


Рис. 6. Динаміка рівнів товару при розширенні МРТ при  $i = 44$

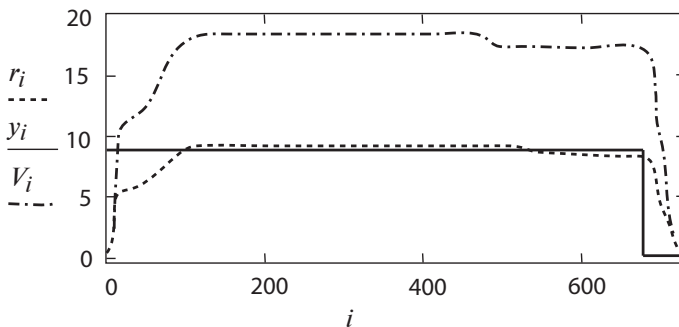


Рис. 7. Динаміка темпів виробництва  $y_i$ , продажу  $r_i$  та рівня запасу товару у споживачів  $V_i$  при розширенні МРТ при  $i = 44$

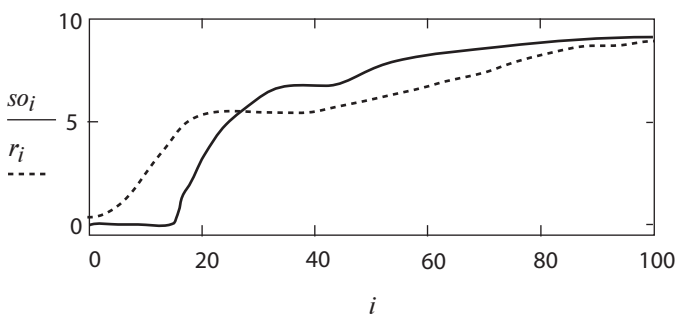


Рис. 8. Динаміка темпів перевезень товару  $so_i$  та продажу  $r_i$  при розширенні МРТ при  $i = 44$

На рис. 8 показана початкова стадія динаміки темпів перевезень товару  $so_i$  та продажу  $r_i$ . Динаміка вказаних темпів відповідає схемі на рис. 1. Дійсно, з рис. 8 бачимо, що впродовж перших 16 періодів оптовий склад продукції не одержує, уся вироблена продукція спрямовується в МРТ. Далі потік продукції переключується на оптовий склад, і робота продовжується в звичайному режимі.

Тепер будемо досліджувати оптимізаційну задачу в постановці Z2. У цьому разі потенційний попит визначається рівнянням (1). Параметр  $pm$  у цьому рівнянні визначаємо таким:  $pm = 20$ ; параметр  $z$  приймаємо рівним  $z = 0,076$ . Тоді для системи обмежень:

$$5 \leq y \leq 7,4, 0 \leq p \leq 12, 0 \leq tr \leq 730, 0,7 \leq qr \leq 1,3.$$

Розв'язок оптимізаційної задачі Z2 при різних значеннях параметра Qm у рівнянні (1) поданий в табл. 2.

З табл. 2 видно, що при зростанні параметру Qm зростають всі показники: оптимальне значення попиту Q, яке визначається за рівнянням (2), виробнича потужність y, чистий прибуток F. Трохи знижується оптимальна ціна.

## ЛІТЕРАТУРА

1. **Горский А. А.** Динамическая модель процесса производства, хранения и сбыта товара повседневного спроса / А. А. Горский, И. Г. Колпакова, Б. Я. Локшин // Известия РАН. Теория и системы управления. – 1998. – № 1. – С. 144 – 148.
2. **Панов С. А.** Задача об оптимальном управлении торговой операцией / С. А. Панов, В. И. Ширяев // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2002. – № 4. – С. 37 – 41.
3. **Параев Ю. И.** Решение задачи об оптимальном производстве, хранении и сбыте товара / Ю. И. Параев // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2000. – № 2. – С. 103 – 107.
4. **Параев Ю. И.** Двухкритериальная задача оптимального производства и сбыта товара / Ю. И. Параев // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2003. – № 1. – С. 138 – 141.
5. **Лепя Н. Н.** Модели оперативного регулирования производства в условиях изменения рыночного спроса / Н. Н. Лепя // Економічна кібернетика. – 2005. – № 1-2. – С. 13 – 21.
6. **Лепя Р. Н.** Прийняття управлінських рішень на підприємстві: теорія та практика / Р. Н. Лепя, В. М. Тимохин / НАН України, Інститут економіки промисловості. – Донецьк: ТОВ «Юго-Восток Лтд», 2004. – 262 с.
7. **Подкорытов А. Л.** Системный анализ вертикально-интегрированного предприятия / А. Л. Подкорытов, А. В. Филиппов // Економічна кібернетика. – Донецький нац. ун-т. – 2011. – № 1-2 (55-56). – С. 67 – 72.
8. **Шерстенников Ю. В.** Імітаційна модель інвестиційного розвитку малого підприємства / Ю. В. Шерстенников // Економічний простір: збірник наукових праць. – № 58. – Дніпропетровськ: ПДАБА, 2012. – С. 266 – 274.

## REFERENCES

- Gorskiy, A. A., Kolpakova, I. G., and Lokshin, B. Ya. "Dinamicheskaya model protsessa proizvodstva, khraneniia i sbyta tovara povsednevnogo sprosa" [The dynamic model of the process of production, storage and marketing of consumer goods]. *Izvestiia RAN. Teoriia i sistemy upravleniia*, no. 1 (1998): 144-148.
- Lepia, N. N. "Modely operativnoho rehulyrovaniia proizvodstva v usloviakh yzmeneniia rynochnoho sprosa" [Model of operational control of production in a changing market demand]. *Ekonomichna kibernetika*, no. 1-2 (2005): 13-21.
- Lepia, R. N., and Tymokhin, V. M. *Pryiniattia upravlinskykh rishen na pidpriemstvi: teoriia ta praktyka* [Decision-making in the enterprise: theory and practice]. Donetsk: Yuho-Vostok Ltd, 2004.
- Paraev, Yu. I. "Reshenie zadacha ob optimalnom proizvodstve, khraneni i sbyte tovara" [The decision problem of optimal production, storage and distribution of goods]. *Izvestiia RAN. Teoriia i sistemy upravleniia*, no. 2 (2000): 103-107.
- Paraev, Yu. I. "Dvukhkriterialnaia zadacha optimalnogo proizvodstva i sbyta tovara" [Two-criterion problem of optimal production and marketing of goods]. *Izvestiia RAN. Teoriia i sistemy upravleniia*, no. 1 (2003): 138-141.
- Podkorytov, A. L., and Filyppov, A. V. "Systemnyi analiz vertykalno-yntehyrovannoho predpriatya" [System analysis of a vertically integrated enterprise]. *Ekonomichna kibernetika*, no. 1-2 (55-56) (2011): 67-72.

Panov, S. A., and Shiriaev, V. I. "Zadacha ob optimalnom upravlenii torgovoy operatsiy" [The problem of optimal control of commercial operations]. *Izvestiia RAN. Teoriia i sistemy upravleniia*, no. 4 (2002): 37-41.

Sherstennikov Y. V. "Imitachyina model investichynoho rozvytku malogo pidpriemstva" [Simulation model of investment development of small enterprise]. *Ekonomichnyi prostir*, no. 58 (2012): 266-274.