

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ІНФОРМАЦІЙНОГО ПОТОКУ

КАБАНЕНКО Ю. В.

УДК 330:519.7

Кабаненко Ю. В. Математична модель інформаційного потоку

Оцінюючи ефект від здійснення заходів з керування матеріальними, інформаційними й фінансовими потоками в логістичних системах підприємств, виникає необхідність створення інформаційних систем із використанням аналітичного інструментарію. Імовірнісний характер формування і надходження інформації вимагає в процесі моделювання інформаційних систем використання математичного інструментарію, частіше за все – теорії марковських процесів і апарату теорії масового обслуговування. Побудовано аналітичну модель інформаційної системи на базі локальної мережі «файл-сервер» на основі отождолення функціонування системи із безперервним марковським процесом. Розроблено методику визначення основних характеристик системи: середнього числа користувачів, що очікують відповіді, і середньої тривалості очікування відповіді на запит користувача.

Ключові слова: математична модель, інформаційна система, марковський процес.

Рис.: 1. **Табл.:** 1. **Формул:** 13. **Бібл.:** 6.

Кабаненко Юрій Валентинович – аспірант, кафедра автоматизованих систем і моделювання економіки, Хмельницький національний університет (вул. Інститутська, 11, Хмельницький, 29016, Україна)

E-mail: its21@ukr.net

УДК 330:519.7

UDC 330:519.7

Кабаненко Ю. В. Математическая модель информационного потока

Оценивая эффект от осуществления мероприятий по управлению материальными, информационными и финансовыми потоками в логистических системах предприятий, возникает необходимость создания информационных систем с использованием аналитического инструментария. Вероятностный характер формирования и поступления информации требует в процессе моделирования информационных систем использования математического инструментария, наиболее часто – теории марковских процессов и аппарата теории массового обслуживания. Построена аналитическая модель информационной системы на базе локальной сети «файл-сервер» на основе отождоствления функционирования системы с непрерывным марковским процессом. Разработана методика определения основных характеристик системы: среднего числа пользователей, ожидающих ответа, и средней продолжительности ожидания ответа на запрос пользователя.

Ключевые слова: математическая модель, информационная система, марковский процесс.

Рис.: 1. **Табл.:** 1. **Формул:** 13. **Библ.:** 6.

Кабаненко Юрій Валентинович – аспірант, кафедра автоматизованих систем і моделювання економіки, Хмельницький національний університет (вул. Інститутська, 11, Хмельницький, 29016, Україна)

E-mail: its21@ukr.net

Kabanenko Y. V. Mathematical Model of the Information Flow

When assessing effect from conducting measures on managing material, information and financial flows in logistical systems of enterprises, a need arises in creation of information systems with the use of analytical instruments. The probabilistic character of formation and receipt of information requires, in the process of modelling information systems, use of mathematical instruments, more often – theory of Markov processes and mechanism of the theory of waiting lines. The article build an analytical model of the information system on the basis of a local file-server network on the basis of identification of the system functioning with a continuous Markov process. It develops methods of identification of main characteristics of the system: average number of users that are waiting for response and average duration of waiting for response to the user's inquiry.

Key words: mathematical model, information system, Markov process.

Pic.: 1. **Tabl.:** 1. **Formulae:** 13. **Bibl.:** 6.

Kabanenko Yuriy V. – Postgraduate Student, Department of Automated Systems and Economic Modeling, Khmelnytsky National University (vul. Instytutska, 11, Khmelnytsky, 29016, Ukraine)

E-mail: its21@ukr.net

Продуктивність і надійність інформаційних систем визначають ефективність протікання інформаційного потоку. Продуктивність – якісна ознака обчислюваної потужності системи, яка обчислюється залежно від сфери застосування системи номінальною, комплексною та системною продуктивністю. Вона може визначатися інтегрально для усієї системи і диференційовано за окремими компонентами [1, с. 31]. Імовірнісний характер формування і надходження інформації вимагає в процесі моделювання інформаційних систем використання математичного інструментарію, найбільш часто – теорії марковських процесів і апарату теорії масового обслуговування. Також моделювання інформаційних систем повинно відповідати принципам адекватності, точності, наочності, швидкості, зручності обробки інформації та прийнятній вартості самої розробки.

Теоретичні та прикладні питання раціоналізації управління матеріальними потоками у сферах виробництва та обігу в контексті реалізації загальних і спе-

ціальних функцій менеджменту відображені у роботах вітчизняних вчених: Амоші О., Бойка Є., Вовканича С., Герасимчука В., Гуменюка В., Долішнього М., Злупка С., Крикавського Є., Кузьміна О., Петровича Й., Поплавської Ж., Сажинця С., Хміля Ф., Штефанича Д. та ін., в яких тією чи іншою мірою розглядаються питання прискорення матеріальних потоків, зменшення сукупних запасів, оптимізації структури витрат, підвищення рівня обслуговування тощо. Водночас вимагають подальшого розвитку питання інформаційного забезпечення системної оптимізації матеріальних потоків у ланцюгу «виробник – споживач».

Аналіз наукових публікацій свідчить, що поряд із проблемами управління матеріальними потоками недостатньо уваги приділяється також і управлінню інформаційними потоками. Інформаційні потоки переважно розглядаються як чинник забезпечення ефективного управління іншими ресурсами (матеріальними, фінансовими, трудовими). Це звужує їх роль, не узгоджується зі стра-

тегічним розумінням того, що на сучасному етапі розвитку економіки інформація стає самостійним виробничим фактором, потенційні можливості якого відкривають широкі перспективи для підвищення конкурентоспроможності підприємств. Для оцінки ефекту від здійснюваних заходів керування матеріальними, інформаційними й фінансовими потоками в логістичних системах підприємств виникає необхідність створення інформаційних систем із використанням аналітичного інструментарію.

Основною метою математичного моделювання інформаційних процесів є знаходження оптимальних характеристик потоків інформації, які будуть придатними для забезпечення визначених функцій керування системою.

Джерела інформації породжують інформаційні потоки, що переносять інформацію до підсистем, які її перетворюють і породжують нові потоки, що переносять інформацію до інших процесів або підсистем, накопичувачів даних або зовнішніх споживачів [2, с. 78]. Побудуємо аналітичну модель такої інформаційної системи на базі локальної мережі типу «файл-сервер». В основу покладемо ототожнення функціонування системи із безперервним марковським процесом [3, с. 81].

Процес взаємодії користувачів і системи складається з окремих повторюваних етапів, кожний з яких ділиться на системну і пультову фази.

Запит користувача перебуває в системній фазі, якщо в системі є вся необхідна інформація для обробки програми. У цій фазі проводиться обробка програми запиту, при цьому час сервера ділиться квантами між усіма програмами користувача, що перебувають у системній фазі. Якщо для подальшого виконання програми необхідне введення з пульта нової вхідної інформації, то взаємодія переходить у пультову фазу.

У пультовій фазі користувач спостерігає за висновком інформації на його терміналі, обмірковує свою реакцію на виведену інформацію та вводить із пульта нову вхідну інформацію, яку слід розглядати як виведену в систему нового запиту на обслуговування.

Таким чином, процес взаємодії користувача й системи може перебувати в одному з двох станів: або система має програму, яку вона повинна виконувати для користувача, а користувач чекає відповіді системи на свій запит (системна фаза), або система фактично не має програми, яку могла б далі виконувати для даного користувача, і чекає повідомлення від користувача (пультова фаза).

Вважатимемо, що випадкові величини – час роботи користувача за пультом (тобто тривалість пультової фази) τ_n і тривалість чистого часу обробки запиту (без урахування часу перебування в черзі до процесора) $t_{об}$, поділені за експонентним законом із середніми значеннями відповідно τ_n і $t_{об}$.

Функції щільності для випадкових величин τ_n і $t_{об}$ мають вигляд:

$$f_n(t) = \frac{1}{\tau_{n.cp}} e^{-t/\tau_{n.cp}} \quad (t \geq 0);$$

$$f_n(t) = \frac{1}{\tau_{об.ср}} e^{-t/\tau_{об.ср}} \quad (t \geq 0).$$

У системах без сполучення обчислень із обміном інформацією із зовнішнім ЗУ час обміну повинний входити в $t_{об}$. Припускаємо, що перемикання програм відбувається миттєво й втрати часу відсутні.

Модель будується з метою визначення основних характеристик системи: середнього числа користувачів, що очікують відповіді, і середньої тривалості очікування відповіді на запит користувача.

Припустимо, що стан системи визначається числом запитів j , що перебувають у цей момент у системній фазі. Тоді система з n користувачами має $(n + 1)$ стану ($0 \leq j \leq n$). Вважаємо, що ймовірність переходу зі стану j та i залежить тільки від самих станів j , i та не залежить від передумов, що привела систему в стан j . Самі переходи відбуваються тільки через випадкові проміжки часу.

При прийнятих припущеннях, у тому числі щодо законів розподілу для τ_n і $t_{об}$, функціонування системи може бути презентовано простим безперервним (за часом) марковським процесом.

Нехай у цей момент часу j запитів перебувають у системній фазі, тобто очікують обслуговування, а відповідно $(n - j)$ запитів перебувають у пультовій фазі. Тоді число запитів, що переходять у системну фазу в одиницю часу, або, інакше кажучи, інтенсивність (швидкість) переходу зі стану з j запитами до стану з $(j + 1)$ запитами в системній фазі, що очікують обслуговування, будуть:

$$a_{j(j+1)} = \frac{n - j}{\tau_{n.cp}} \quad (0 \leq j \leq n - 1).$$

Разом з тим відбуваються переходи запитів із системної в пультову фазу. Якби кожному з j запитів, що перебувають у системній фазі, було виділено увесь час роботи сервера, то інтенсивність переходу запитів із системної в пультову фазу складала б $j/t_{об.ср}$. Однак насправді час сервера ділиться порівно (квантами) між усіма користувачами, тому інтенсивність переходу системи зі стану з j користувачами до стану з $j - 1$ користувачами:

$$a_{j(j-1)} = \frac{j}{t_{об.ср}} \quad (1 \leq j \leq n).$$

Функціонування розглянутої системи поділу часу може бути описане ланцюгом Маркова, відповідної до графа станів системи, що представлений на рис. 1. На ньому зазначені інтенсивності переходів системи [4].

Позначимо через $\Pi = \{\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_n\}$ вектор граничних ймовірностей станів системи. Складові цього вектора π_j ($0 \leq j \leq n$) є ймовірності перебування системи в стані j у стаціонарному режимі, причому $\sum_{j=0}^n \pi_j = 1$.

Складові вектора можна визначити із системи рівнянь, сформованої по перехідних ймовірностям на графі станів системи (див. рис. 1):

$$\left. \begin{aligned} -\frac{n}{\tau_{n.cp}} \pi_0 + \frac{1}{t_{об.ср}} \pi_1 &= 0; \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{n}{\tau_{n,cp}} \pi_0 - \left(\frac{1}{t_{об.ср}} + \frac{n-1}{\tau_{n,cp}} \right) \pi_1 + \frac{1}{t_{об.ср}} \pi_2 &= 0 \\ \dots\dots\dots \\ \frac{n-j+1}{\tau_{n,cp}} \pi_{j-1} - \left(\frac{1}{t_{об.ср}} + \frac{n-j}{\tau_{n,cp}} \right) \pi_j + \\ + \frac{1}{t_{об.ср}} \pi_{j+1} &= 0 \\ \dots\dots\dots \\ \frac{1}{\tau_{n,cp}} \pi_{n-1} - \frac{1}{t_{об.ср}} \pi_n &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$L_{ср} = \sum_{i=0}^n i \pi_j = \frac{\sum_{i=0}^n \frac{i n!}{(n-i)!} x^i}{\sum_{i=0}^n \frac{n!}{(n-i)!} x^i}$$

Позначимо через $t_{вд.ср.}$ середній час очікування відповіді (середній час перебування запиту в системній фазі). Середнє число запитів у системній фазі пропорційно загальному числу користувачів і відношенню $t_{вд.ср.}$ до середньої тривалості етапу взаємодії $t_{вд.ср.} + \tau_{n,ср.}$

$$t_{вд.ср.} = \frac{L_{ср}}{n - L_{ср}} \tau_{n,ср.}$$

Звідси

$$t_{вд.ср.} = \frac{\sum_{i=0}^n \frac{i n^i}{(n-i)!}}{\sum_{i=0}^n \frac{x^i}{(n-i-1)!}} \tau_{n,ср.}$$

Підставляючи в цю формулу вираз для $L_{ср}$ із урахуванням виразу π_i після перетворень отримуємо:

$$L_{ср} = n \frac{t_{вд.ср.}}{t_{вд.ср.} + \tau_{n,ср.}}$$

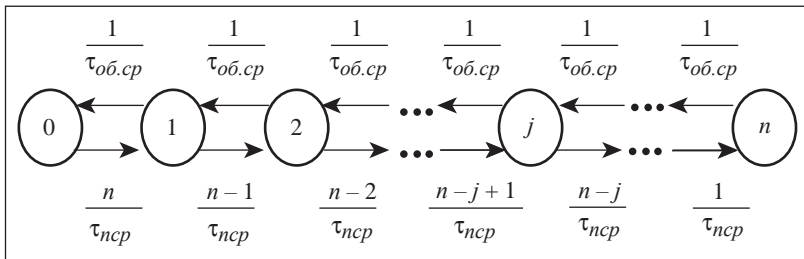


Рис. 1. Система поділу часу за Марковим

Отримані рівняння й одержані на їхній основі результати не залежать від кванта обслуговування, тому що було зроблене припущення, що немає витрат часу на переключення програм [5, с. 172]. Позначивши $t_{об.ср.} = \tau_{np,ср} = \chi$, отримаємо з вищенаведеної системи:

$$\left. \begin{aligned} \pi_1 &= n \chi \pi_0; \\ \pi_2 &= n(n-1) \chi^2 \pi_0; \\ \dots\dots\dots \\ \pi_j &= \frac{n!}{(n-j)!} \chi^j \pi_0; \\ \dots\dots\dots \\ \pi_n &= n! \chi^n \pi_0. \end{aligned} \right\}$$

Отримані значення є значеннями вектора граничних станів системи, тому

$$\left[1 + n \chi + n(n-1) \chi^2 + \dots + \frac{n!}{(n-j)!} \chi^j + \dots + n! \chi^n \right] \pi_0 = 1,$$

звідки ймовірність незайнятості процесора в стаціонарному режимі

$$\pi_0 = \frac{1}{\sum_{j=0}^n \frac{n!}{(n-j)!} \chi^j}$$

Відповідно

$$\pi_j = \frac{\frac{n!}{(n-j)!} \chi^j}{\sum_{j=0}^n \frac{n!}{(n-j)!} \chi^j}$$

Середня кількість запитів, що очікують відповіді:

Використовуючи вираз для π_0 , отриманий вираз можна перетворити до виду, що забезпечує одержання значення часу відповіді [6, с. 172]:

$$t_{вд.ср.} / t_{об.ср.} = n / (1 - \pi_0) - 1 / \chi.$$

На основі вищенаведених виразів була побудована модель, користувацький інтерфейс якої наведений нижче (табл. 1).

За допомогою цієї моделі можуть бути отримані залежності оцінок часу відповіді від тривалості обробки запиту при різних кількостях користувачів, коефіцієнт завантаження сервера й інші відомості.

ВИСНОВКИ

Ототожнюючи функціонування інформаційної системи із безперервним марковським процесом і застосовуючи при цьому відповідний інструментарій, формується аналітична модель і методично обґрунтовується визначення основних характеристик інформаційної системи: середнього числа користувачів, що очікують відповіді, і середньої тривалості очікування відповіді на запит користувача на базі локальної мережі «файл-сервер». ■

ЛІТЕРАТУРА

1. Шеклеин В. С. Моделирование информационных систем: конспект лекций / В. С. Шеклеин. – Ульяновск, 2002. – 46 с.
2. Вендров А. М. Проектирование программного обеспечения экономических информационных систем / А. М. Вендров. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 352 с.
3. Бережная Е. В. Математические методы моделирования экономических систем / Е. В. Бережная, В. И. Бережной. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 432 с.
4. Полежаев И. Е. Марковская модель для прогнозирования состояния клиентской базы данных / И. Е. Полежаев.

Таблиця 1

Модель інформаційно-довідкової системи на базі обчислювальної мережі типу «файл-сервер»

ВИХІДНІ ДАНІ	
Середня тривалість пультової фази запиту, с	5
Середня тривалість обробки запиту сервером, с	2
Кількість терміналів користувачів	15
РЕЗУЛЬТАТИ	
Коефіцієнт завантаження сервера	0,999999946
Середній час одержання відповіді (довідки), с	35,00000175
Середній час перебування в системній фазі, с	30,00000162
Середнє число запитів у системній фазі	12,85714291
ПРОМІЖНІ ДАНІ	
Відношення часу обробки до пультового часу X	04
Імовірність незайнятості сервера (гранична) P_0	5,02167E-08
X у ступені $j, j = 0 \dots n \ X^{*j}$	1,07374E-06
Факторіал $(n - j)!$	1,07374E-06
Сума	1,63021E-05
Поточне значення індексу j	15
Гніздо старту G22	1

ев [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2006/201.pdf>

5. Советов Б. Я., Яковлев С. А. Моделирование систем : учебник для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – М. : Высшая школа, 2001. – 343 с.

6. Глоба Л. С. Математичні основи побудови інформаційно-телекомунікаційних систем / Л. С. Глоба. – К. : Політехніка, 2003. – 276 с.

REFERENCES

Berezhnaia, E. V., and Berezhnoy, V. I. *Matematicheskie metody modelirovaniia ekonomicheskikh sistem* [Mathematical modeling of economic systems]. Moscow: Finansy i statistika, 2006.

Hloba, L. S. *Matematychni osnovy pobudovy informatsiino-telekomunikatsiinykh system* [Mathematical foundations of information-telecommunication systems]. Kyiv: Politekhnik, 2003.

Polezhaev, I. E. "Markovskaia model dlia prognozirovaniia sostoianiia klientskoy bazy dannyykh" [A Markov model for forecasting customer database]. <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2006/201.pdf>

Sheklein, V. S. *Modelirovanie informatsionnykh sistem* [Modeling of information systems]. Ulianovsk, 2002.

Sovetov, B. Ya., and Yakovlev, S. A. *Modelirovanie sistem* [Simulation systems]. Moscow: Vysshiaia shkola, 2001.

Vendrov, A. M. *Proektirovanie programmogo obespecheniia ekonomicheskikh informatsionnykh sistem* [Software design of economic information systems]. Moscow: Finansy i statistika, 2002.