

ОПТИМАЛЬНЕ ЦІНОУТВОРЕННЯ КРЕДИТНОГО ТА ДЕПОЗИТНОГО ПРОДУКТІВ КОМЕРЦІЙНОГО БАНКУ

© 2015 ДРОЗД А. О.

УДК 336.71

Дрозд А. О. Оптимальне ціноутворення кредитного та депозитного продуктів комерційного банку

У статті розглядається процес визначення оптимальних кредитної та депозитної ставок комерційного банку, що максимізує капітал банку на кінець періоду керування. Для вирішення цієї задачі було використано модель банку, в якій депозити та кредити представляються як грошові потоки, що залежать від кредитної та депозитної ставок відповідно. Надано короткий опис моделі та перелік припущень, на яких вона базується. На основі моделі була поставлена задача максимізації капіталу за умови керування кредитною та депозитною ставкою. Для вирішення цієї задачі було проведено чисельне моделювання методом покоординатного спуску. Знайдено, що оптимальні кредитна та депозитна ставки залежать від капіталу банку на початок періоду керування та параметрів функцій попиту на кредити та пропозиції депозитів. Чим вищий капітал банку на початок періоду керування, тим меншими є оптимальні кредитна та депозитна ставки, однак, починаючи з певного рівня капіталу і вище, оптимальні ставки не зменшуються. Також оптимальні ставки зменшуються в часі по мірі збільшення капіталу до зазначеного рівня. Відповідно, зменшується обсяг залучених депозитів та збільшується до певного рівня обсяг виданих кредитів.

Ключові слова: банк, модель банку, кредити, депозити, ціноутворення кредитів, ціноутворення депозитів, оптимальне ціноутворення, максимізація капіталу.

Рис.: 12. **Табл.:** 2. **Формул.:** 9. **Бібл.:** 20.

Дрозд Андрій Олександрович – аспірант, кафедра математичного моделювання економічних систем, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут» (пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, Україна)

E-mail: andriydrozd@gmail.com

УДК 336.71

Дрозд А. А. Оптимальное ценообразование кредитного и депозитного продуктов коммерческого банка

В статье рассматривается процесс определения оптимальных кредитной и депозитной ставок коммерческого банка, который максимизирует капитал банка на конец периода управления. Для решения этой задачи была использована модель банка, в которой депозиты и кредиты представляются как денежные потоки, зависящие от кредитной и депозитной ставок соответственно. Было дано краткое описание модели и перечень допущений, на которых она базируется. На основании модели была поставлена задача максимизации капитала при условии управления кредитной и депозитной ставками. Для решения этой задачи было проведено численное моделирование методом покоординатного спуска. Найдено, что оптимальные кредитная и депозитная ставки зависят от капитала банка на начало периода управления и от параметров функций спроса на кредиты и предложения депозитов. Чем выше капитал банка на начало периода управления, тем меньшими являются оптимальные кредитная и депозитная ставки, однако, начиная с некоторого уровня капитала и выше, оптимальные ставки не уменьшаются. Также оптимальные ставки уменьшаются со временем по мере увеличения капитала до указанного уровня. Соответственно, уменьшается объем привлеченных депозитов и увеличивается до некоторого уровня объем выданных кредитов.

Ключевые слова: банк, модель банка, кредиты, депозиты, ценообразование кредитов, ценообразование депозитов, оптимальное ценообразование, максимизация капитала.

Рис.: 12. **Табл.:** 2. **Формул.:** 9. **Библ.:** 20.

Дрозд Андрей Александрович – аспирант, кафедра математического моделирования экономических систем, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт» (пр. Победы, 37, Киев, 03056, Украина)

E-mail: andriydrozd@gmail.com

UDC 336.71

Droz A. O. Optimal Pricing of the Credit and Deposit Products of Commercial Bank

The article considers the process of determining the optimal credit and deposit rates of commercial bank that maximizes the capital of bank at the end of the period of management. To accomplish this task, a bank model was used, in which the deposits and credits are presented as cash flows, depending on the credit and deposit rates respectively. A brief description of the model together with a list of assumptions on which it is based was provided. On the basis of the above model, the task of maximizing the capital upon condition of control over the credit and deposit rates was given. To accomplish this task, numerical simulation was carried out using the method of coordinate-wise convergence. It has been found that the optimal credit and deposit rates depend on the bank's capital at the beginning of the period of management as well as on the function parameters in terms of demand for credits and supply for deposits. The higher is the bank's capital management at the beginning of the period of management, the smaller are the optimal credit and deposit rates, however, starting with some level of the capital and above, the optimal rates stay not reduced. The optimal rates will be also decreasing over time as capital increase grows up to a specified level. Consequently, the amount of attracted deposits decreases and the volume of issued credits increases up to a certain level.

Key words: bank, bank model, credits, deposits, pricing of loans, pricing of deposits, optimal pricing, maximizing the capital.

Pic.: 12. **Tabl.:** 2. **Formulae:** 9. **Bibl.:** 20.

Droz A. O. – Postgraduate Student, Department of Mathematical Modeling of Economic Systems, National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute» (pr. Peremogy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine)

E-mail: andriydrozd@gmail.com

Банківська система є одним із ключових елементів національної економіки. Від її стабільної роботи залежить економічне зростання і соціальна стабільність. Одним із важливих процесів, що впливає на прибутковість і стабільну роботу банку, є ціноутворення. У даній роботі розглядається процес вибору кредитної та депозитної ставок (відсотків за кредитами та вкладками), і термін «ціноутворення» тут використовуємо саме в цьому сенсі.

Ціноутворення – одне з ключових завдань у банківській діяльності, і від нього залежить, чи врахує банк наявні на ринку ризики, чи буде прибутковим.

Питаннями ціноутворення в банківській діяльності займалися українські та зарубіжні дослідники: Р. Андерсон [1], С. Арпінг [2], І. В. Волошин [3, 4], П. Вруук [5], А. Г. Гришин [6, 7], В. І. Іваненко, О. В. Куц [12], В. О. Капустян [14], М. Кляйн [15], К. Лім [16], У. Марроу [17], М. Монті [18], Д. В. Осипенко [19], Л. Пан

[20], а також автор даної статті у попередніх роботах [8 – 11, 13].

Метою даної роботи є визначення оптимальних кредитної та депозитної ставок комерційного банку, що максимізує капітал банку на кінець періоду керування за умови, що весь прибуток використовується для збільшення капіталу, та аналіз впливу на оптимальні кредитну та депозитну ставки коефіцієнтів моделі, що уособлюють деякі ринкові умови – попит на кредити, пропозицію депозитів, конкуренцію на ринку кредитних та депозитних послуг.

Для вирішення такої задачі використаємо поточкову модель банку. У цій моделі кредитна та депозитна діяльність банку розглядається як набір вхідних по відношенню до банку (залучення депозитів та повернення кредитів позичальниками) і вихідних (повернення банком депозитів з відсотками та видача кредитів позичальникам) грошових потоків. Грошовий потік являє собою певний обсяг коштів за одиницю часу.

Як сказано автором у [11], «потокова модель банку має ряд особливостей. Потоки в моделі неперервні. Кошти, які надійшли одним із вхідних потоків, можуть бути використані для формування вихідного потоку іншого типу. Тобто, увійшовши до банку, гроші знеособлюються та змішуються у єдину грошову масу, яка може бути використана для формування кожного із трьох вихідних потоків у довільних пропорціях. Потокова модель банку зручна для розгляду різноманітних задач з точки зору теорії керування».

Отже, для вирішення поставленої задачі були сформульовані такі завдання:

1. Опис припущень, необхідних для побудови моделі банку.
2. Побудова двоконтурної балансової потокової моделі банку без запізнення.
3. Постановка задачі оптимального керування і визначення оптимальної кредитної та депозитної ставок, максимального прибутку та максимального капіталу банку на кінець періоду.
4. Аналіз змін оптимальних кредитної та депозитної ставок, прибутку та капіталу в залежності від зміни ринкових умов.

Припущення моделі [8]:

Припущення А.1. Весь прибуток використовується для збільшення капіталу.

Оскільки весь прибуток використовується для збільшення капіталу, ми можемо записати співвідношення

$$\dot{x}(t) = p(t),$$

де $x(t)$ – капітал комерційного банку в момент часу t ;

$\dot{x}(t)$ – приріст капіталу в момент часу t ;

$p(t)$ – прибуток комерційного банку в момент часу t .

Оскільки банк займається і кредитною, і депозитною діяльністю, його прибуток складається з процентного доходу від кредитної та депозитної діяльності й дорівнює різниці між сумарним обсягом вхідних потоків (повернених кредитів з відсотками та залучених депозитів) та сумарним обсягом вихідних потоків (виданих

кредитів та повернених вкладникам депозитів з відсотками) у грошових одиницях:

$$p(t) = K_{in}(t) - K_{out}(t) + D_{in}(t) - D_{out}(t),$$

де $K_{in}(t)$ – обсяг повернених з відсотками кредитів в момент часу t , у грошових одиницях;

$K_{out}(t)$ – обсяг виданих кредитів в момент часу t ;

$D_{in}(t)$ – обсяг залучених депозитів в момент часу t ;

$D_{out}(t)$ – обсяг повернених з відсотками депозитів в момент часу t .

Припущення А.2. Обсяг виданих кредитів (у грошових одиницях) у певний момент часу залежить від кредитної ставки в цей момент часу та двох лінійних коефіцієнтів (що можуть мати економічний сенс). У такому разі є сенс у керуванні кредитною ставкою.

Припущення А.3. Залежність між загальним обсягом виданих кредитів та кредитною ставкою є оберненою, тобто з вищою кредитною ставкою за інших незмінних умов банк видаватиме менший загальний обсяг кредитів. Що логічно відповідає функції попиту на кредити – з більшою ціною товару (кредиту) менша кількість покупців зможе дозволити собі його купити.

Припущення А.4. Форма залежності обсягу виданих кредитів від кредитної ставки лінійна. Як найпростіший вираз функції попиту для ілюстрації використання моделі.

Припущення А.5. Кредитна ставка є невід'ємною. Банк не доплачує кредиторам – не працює собі у збиток.

Припущення А.6. Відсутня диференціація кредитних продуктів, кредитна ставка єдина.

Оскільки залежність між обсягом виданих кредитів та кредитною ставкою обернена та лінійна, ми можемо записати її у вигляді

$$K_{out}(t) = \min(K - b \cdot u_K(t), x(t) + D + a \cdot u_D(t)),$$

де K, b – коефіцієнти лінійної залежності;

$u_K(t)$ – кредитна ставка в момент часу t .

Хоча K і b вводяться лише як коефіцієнти, можна надати їм трактування в економічному сенсі.

При нульовій кредитній ставці (тобто, мінімально допустимій для банку в цій роботі) обсяг виданих кредитів становитиме K , тому цей коефіцієнт можна трактувати як інвестиційну ємність ринку, максимальний обсяг попиту на кредити. Вважається, що він не є необмеженим. У цій роботі розглядатимемо лише випадок, коли $K \geq 0$, оскільки при $K < 0$ банк не зможе видавати кредити, яку б кредитну ставку він не обирав би.

Від коефіцієнта b залежить, на яку величину зміниться обсяг виданих кредитів, якщо змінити на певну величину кредитну ставку, тому його можна трактувати як еластичність попиту на кредити. Можна трактувати цей показник як рівень конкуренції, при збільшенні конкурентної боротьби він буде вищим. Таким чином, модель неявно враховує існування на ринку інших банківських установ. Вважатимемо, що $b > 0$, щоб виконувалося припущення про обернену форму залежності між обсягом виданих кредитів та кредитною ставкою.

Комбінацію цих показників можна вважати ринковими умовами.

Графік залежності обсягу виданих кредитів від кредитної ставки подано на рис. 1.

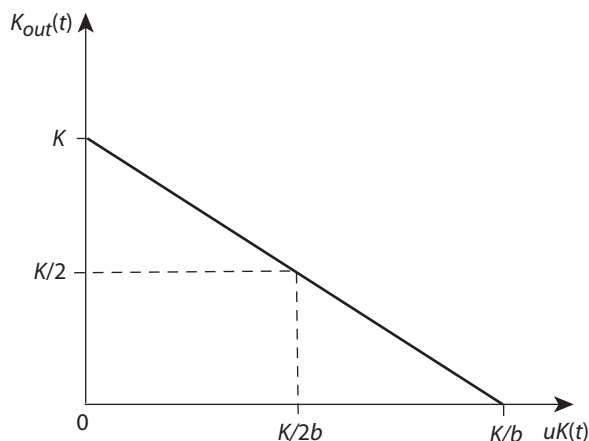


Рис. 1. Функція попиту на кредити

Припущення А.7. Кредити з відсотками повертаються гарантовано вчасно і у повному обсязі.

Оскільки кредити з відсотками повертаються у повному обсязі, то формулу для обсягу повернених кредитів з відсотками можна записати так

$$K_{in}(t) = K_{out}(t) \cdot (1 + u_K(t)),$$

або

$$K_{in} = \min(K - b \cdot u_K(t), x(t) + D + a \cdot u_D(t)) \cdot (1 + u_K(t))$$

Графік залежності обсягу повернених кредитів з відсотками від кредитної ставки подано на рис. 2.

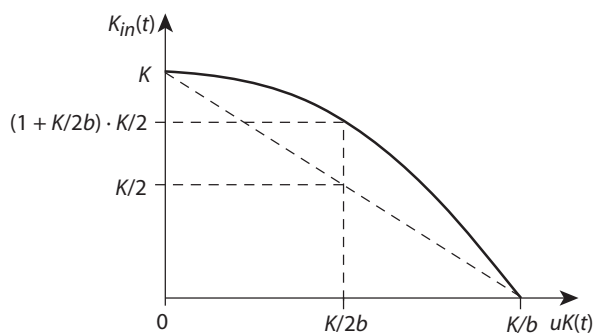


Рис. 2. Залежність обсягу повернених кредитів в момент часу t залежно від кредитної ставки в цей момент часу

Таким чином, ураховуються три (терміновість, поверненість, платність) з п'яти (терміновість, поверненість, диференційованість, забезпеченість, платність) загальних принципів кредитування.

Припущення А.8. Обсяг залучених депозитів (у грошових одиницях) в певний момент часу залежить від депозитної ставки в цей момент часу та двох лінійних коефіцієнтів (що можуть мати економічний сенс). У такому разі є сенс у керуванні депозитною ставкою.

Припущення А.9. Залежність між загальним обсягом залучених депозитів та депозитною ставкою є прямою, тобто з вищою кредитною ставкою за інших незмінних умов банк залучатиме більший загальний обсяг депозитів. Що логічно відповідає функції пропозиції грошей – з більшою ціною товару (кредиту) більша кількість продавців пропонуватиме товар.

Припущення А.10. Форма залежності обсягу залучених депозитів від депозитної ставки лінійна. Міркування аналогічні як і з функцією попиту на кредити.

Припущення А.11. Депозитна ставка є невід'ємною. Вкладники не платять банку за вклади – навпаки, банк платить вкладникам.

Припущення А.12. Обсяг залучених депозитів невід'ємний. Відповідно до параметрів лінійної залежності, може існувати більша від нуля мінімальна депозитна ставка.

Припущення А.13. Відсутня диференціація депозитних продуктів, депозитна ставка єдина.

Оскільки залежність між обсягом залучених депозитів та депозитною ставкою пряма та лінійна, можемо записати її у вигляді

$$D_{in}(t) = D + a \cdot u_D(t),$$

де D, a – коефіцієнти лінійної залежності;
 $u_D(t)$ – кредитна ставка в момент часу t .

Хоча D і a вводяться лише як коефіцієнти, можна надати їм трактування в економічному сенсі.

У випадку, коли $D \geq 0$: при нульовій депозитній ставці (тобто, мінімально допустимій для банку) обсяг залучених депозитів становитиме D , тому цей коефіцієнт можна трактувати як мінімальні заощадження ринку, мінімальний обсяг пропозиції грошей. У випадку, коли $D < 0$: при нульовій депозитній ставці обсяг залучених депозитів буде від'ємним, що не допускається припущенням А.12. Тому в такому випадку депозитна ставка буде обмежена знизу не нулем, а певною величиною, коли лінія пропозиції грошей банку (попиту на депозити) буде рівною нулю (тобто, банк не залучатиме депозитів). У такому випадку:

$$D + a \cdot u_{Dmin} = 0,$$

$$u_{Dmin}(t) = \frac{-D}{a}.$$

У загальному випадку депозитна ставка обмежена знизу величиною:

$$\max\left(0; -\frac{D}{a}\right).$$

Від коефіцієнта a залежить, на яку величину зміниться обсяг залучених депозитів, якщо змінити на певну величину депозитну ставку, тому його можна трактувати як еластичність попиту на депозити. Можна трактувати цей показник, як рівень конкуренції на ринку депозитів, при збільшенні конкурентної боротьби, він буде нижчим. Таким чином, модель неявно враховує існування на ринку інших банківських установ. Вважатимемо, що $a > 0$, щоб виконувалося припущення про пряму форму залежності між обсягом залучених депозитів та депозитною ставкою.

Комбінацію показників K, b, D, a можна вважати ринковими умовами.

Графік залежності обсягу залучених депозитів від депозитної ставки подано на рис. 3.

Припущення А.14. Депозити з відсотками повертаються гарантовано вчасно і у повному обсязі.

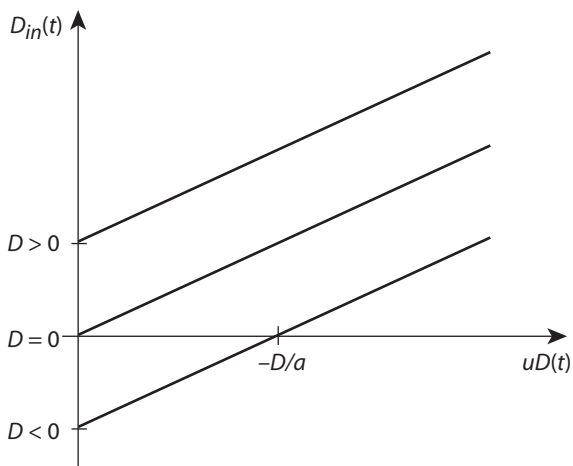


Рис. 3. Графік пропозиції депозитів за різних ринкових ситуацій ($D > 0$, $D = 0$, $D < 0$)

Припущення А.15. Не враховується можливість завчасного зняття депозиту та пролонгації. Лише опосередковано – через залежність обсягу залучених депозитів від депозитної ставки.

Оскільки депозити з відсотками повертаються у повному обсязі, то формулу для обсягу повернутих депозитів з відсотками можна записати так

$$D_{out}(t) = D_{in}(t) \cdot (1 + u_D(t)),$$

або

$$D_{out}(t) = (D + a \cdot u_D(t)) \cdot (1 + u_D(t)).$$

Графік залежності обсягу повернутих кредитів з відсотками від кредитної ставки подано на рис. 4.

Тепер приріст капіталу комерційного банку можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= p(t) = K_{in}(t) - K_{out}(t) + D_{in}(t) - D_{out}(t) = \\ &= \min(K - b \cdot u_K(t), x(t) + D + a \cdot u_D(t)) \cdot (1 + u_K(t)) - \\ &- \min(K - b \cdot u_K(t), x(t) + D + a \cdot u_D(t)) + \\ &+ (D + a \cdot u_D(t)) - (D + a \cdot u_D(t)) \cdot (1 + u_D(t)) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \min(K - b \cdot u_K(t), x(t) + D + a \cdot u_D(t)) \cdot u_K(t) - \\ &- (D + a \cdot u_D(t)) \cdot u_D(t) = \\ &= \dot{x}(t) = \min(K - b \cdot u_K(t), x(t) + D + a \cdot u_D(t)) \cdot u_K(t) - \\ &- D \cdot u_D(t) - a \cdot u_D(t)^2. \end{aligned}$$

Графік залежності приросту капіталу комерційного банку (що є його прибутком в момент часу t) подано на рис. 5.

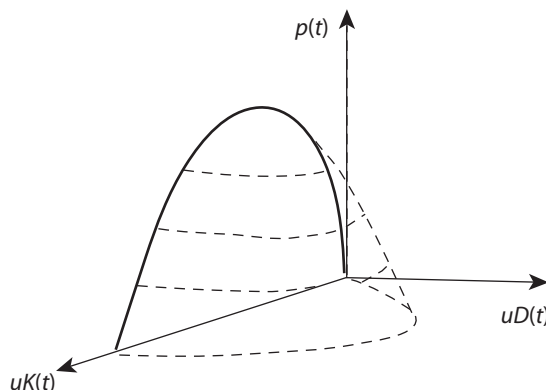


Рис. 5. Прибуток банку за різних комбінацій кредитної та депозитної ставок

Отже, на основі вищезазначених припущень, задача керування формулюється так:

$$x(T) \rightarrow \max_{u_K(t), u_D(t)},$$

$$\dot{x}(t) = \min(K - b \cdot u_K(t), x(t) + D + a \cdot u_D(t)) \cdot u_K(t) - D \cdot u_D(t) - a \cdot u_D(t)^2,$$

$$x(0) = x_0, u_K(t) \geq 0,$$

$$u_D(t) \geq \max\left(0; -\frac{D}{a}\right), 0 \leq t \leq T.$$

Використовуючи метод покоординатного спуску для таких умов: $D = 0$, $a = 16000$, $K = 8000$, $b = 16000$, $T = 10$, точність знайдених ставок 0,01, отримали такі результати для різних x_0 (табл. 1, табл. 2).

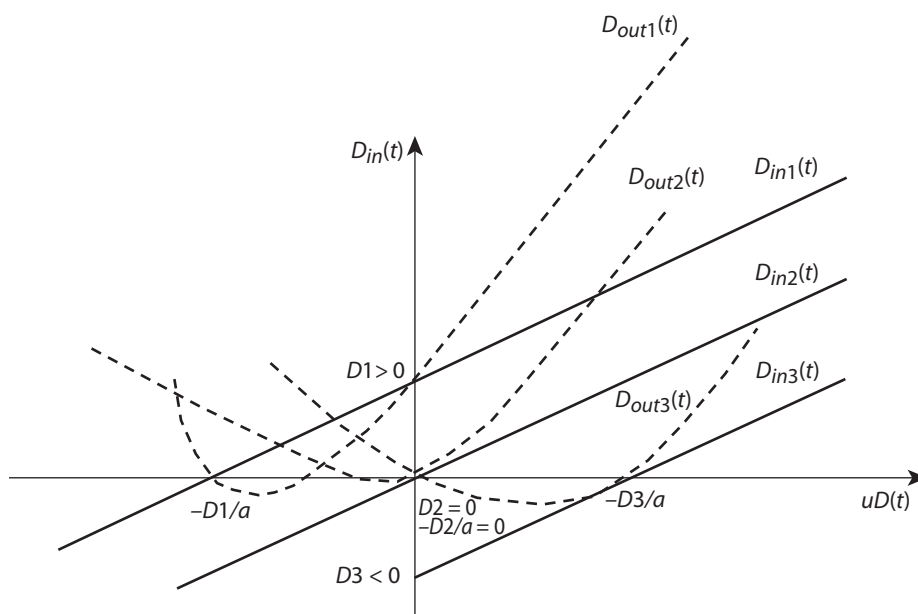


Рис. 4. Функції пропозиції депозитів за різних ринкових умов та відповідні їм обсяги повернутих депозитів

Оптимальні кредитні ставки в кожен період часу від 1 до 10 за різних капіталів на початок керування

	uk(1)	uk(2)	uk(3)	uk(4)	uk(5)	uk(6)	uk(7)	uk(8)	uk(9)	uk(10)
$x_0 = 50$	0,37	0,35	0,34	0,31	0,29	0,26	0,25	0,25	0,25	0,25
$x_0 = 100$	0,37	0,35	0,33	0,31	0,28	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$x_0 = 200$	0,37	0,35	0,33	0,31	0,28	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$x_0 = 300$	0,36	0,35	0,32	0,3	0,28	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$x_0 = 400$	0,36	0,35	0,32	0,29	0,27	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$x_0 = 500$	0,36	0,34	0,32	0,29	0,27	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$x_0 = 1000$	0,35	0,32	0,29	0,27	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$x_0 = 1500$	0,33	0,3	0,27	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$x_0 = 2000$	0,32	0,28	0,26	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$x_0 = 2500$	0,3	0,27	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$x_0 = 3000$	0,28	0,26	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$x_0 = 3500$	0,27	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$x_0 = 4000$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$x_0 = 5000$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$x_0 = 8000$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$x_0 = 20000$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25

Таблиця 2. Оптимальні депозитні ставки в кожен період часу від 1 до 10 за різних капіталів на початок керування

	ud(1)	ud(2)	ud(3)	ud(4)	ud(5)	ud(6)	ud(7)	ud(8)	ud(9)	ud(10)
$x_0 = 50$	0,13	0,11	0,09	0,07	0,04	0,01	0	0	0	0
$x_0 = 100$	0,12	0,11	0,09	0,06	0,04	0,01	0	0	0	0
$x_0 = 200$	0,12	0,1	0,08	0,06	0,03	0	0	0	0	0
$x_0 = 300$	0,12	0,1	0,08	0,05	0,02	0	0	0	0	0
$x_0 = 400$	0,11	0,09	0,07	0,05	0,02	0	0	0	0	0
$x_0 = 500$	0,11	0,09	0,07	0,04	0,01	0	0	0	0	0
$x_0 = 1000$	0,09	0,07	0,05	0,02	0	0	0	0	0	0
$x_0 = 1500$	0,08	0,06	0,03	0	0	0	0	0	0	0
$x_0 = 2000$	0,06	0,04	0,01	0	0	0	0	0	0	0
$x_0 = 2500$	0,05	0,02	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_0 = 3000$	0,03	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_0 = 3500$	0,02	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_0 = 4000$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_0 = 5000$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_0 = 8000$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x_0 = 20000$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Аналіз результатів.

Як видно з табл. 1 і табл. 2, при зростанні капіталу на початок керування оптимальні кредитні та депозитні ставки залежать від цього стартового капіталу і змінюються в часі в бік зменшення.

Чим менший капітал банку на початок періоду керування, тим вищу кредитну та депозитну ставку він змушений обирати. З часом, зі зростанням капіталу, ці ставки понижуватимуться, депозитна ставка до 0 (за умови, що банк досягне рівня, коли зможе здійснювати кредитну діяльність із капіталу) (рис. 7), а кредитна ставка – до оптимальної кредитної ставки для капіталу,

з якого можна здійснювати кредитну діяльність без залучення депозитів (у розглянутому прикладі це ставка 0,25) (рис. 6).

Обсяг виданих кредитів збільшується відповідно до більшого капіталу на початок керування, і збільшується потім в часі зі збільшенням капіталу (рис. 8, рис. 9). Обсяг залучених депозитів (і, зрештою, повернутих депозитів) натомість зменшується (рис. 10, рис. 11).

Капітал банку зростає відповідно до експоненціального закону до рівня капіталу, з якого банк може здійснювати кредитну діяльність без залучення депозитів, а після цього – лінійно (рис. 12).

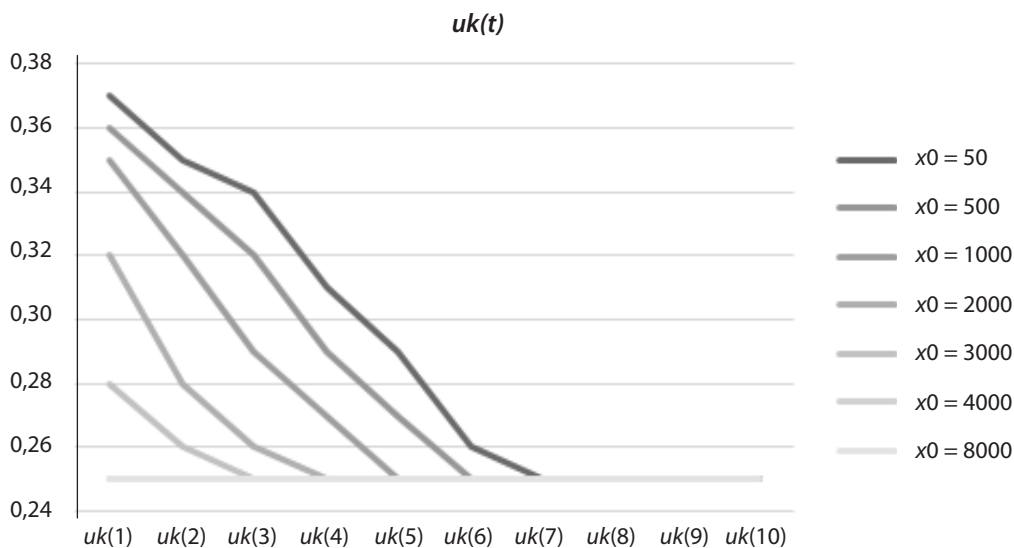


Рис. 6. Оптимальні кредитні ставки

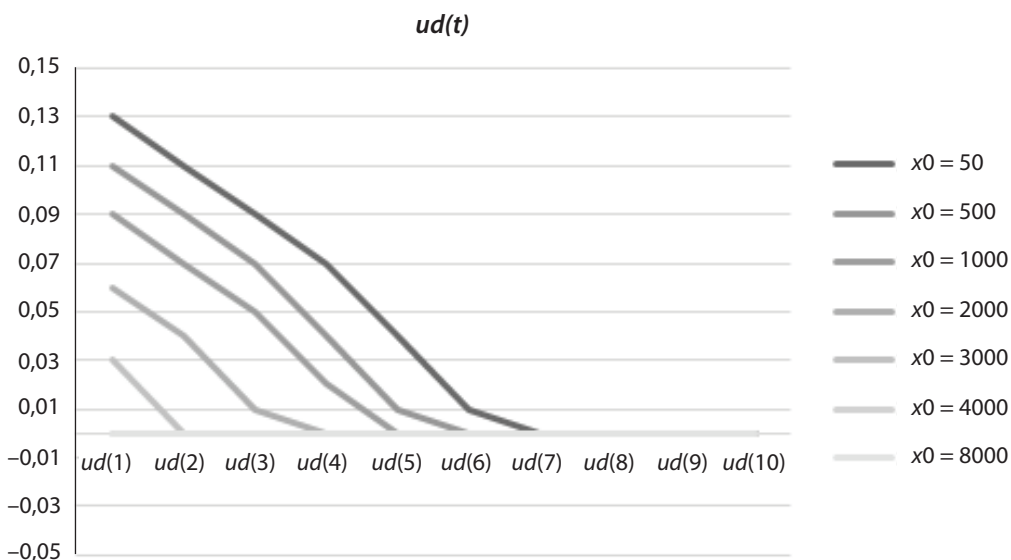


Рис. 7. Оптимальні депозитні ставки

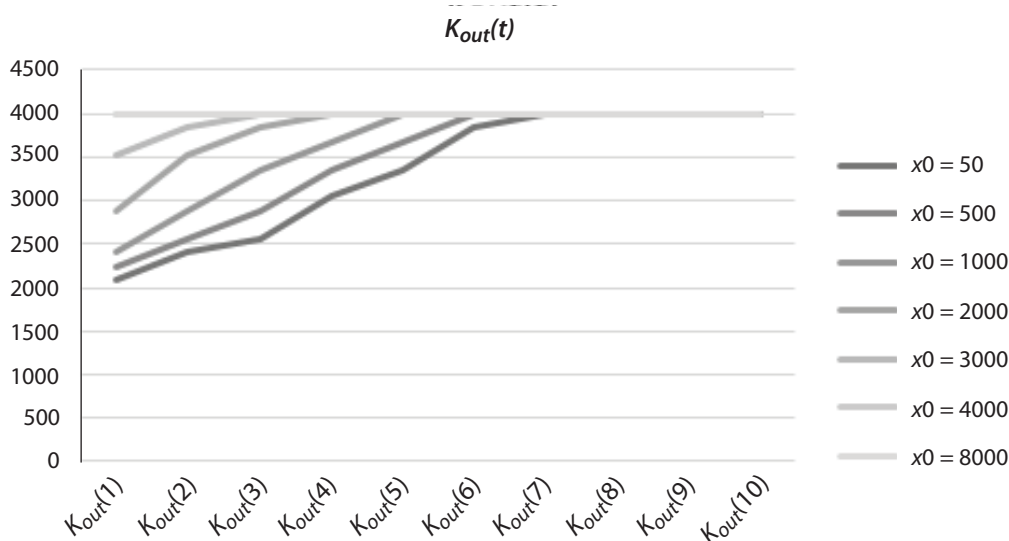


Рис. 8. Оптимальні обсяги виданих кредитів

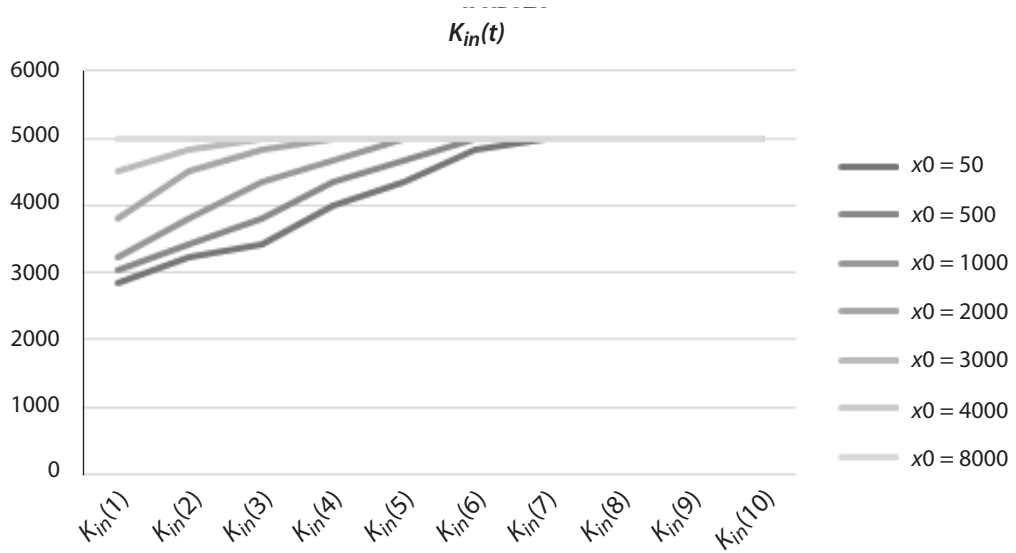


Рис. 9. Оптимальні обсяги повернених кредитів

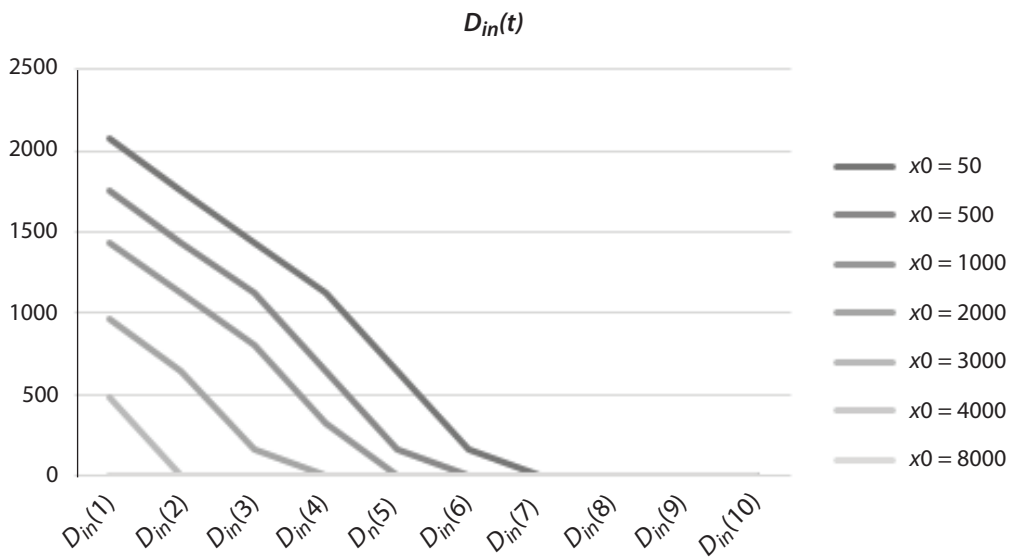


Рис. 10. Оптимальні обсяги залучених депозитів

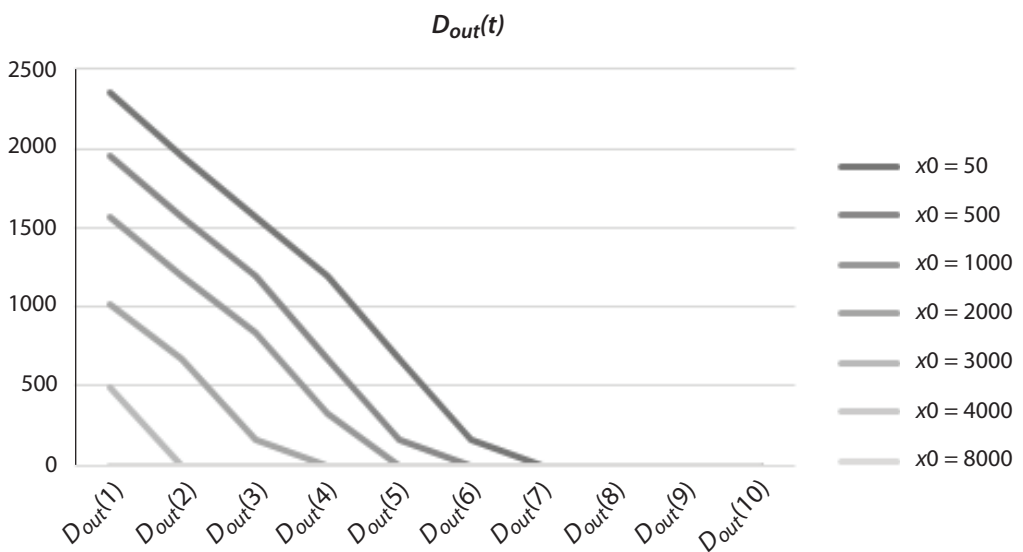


Рис. 11. Оптимальні обсяги повернених депозитів

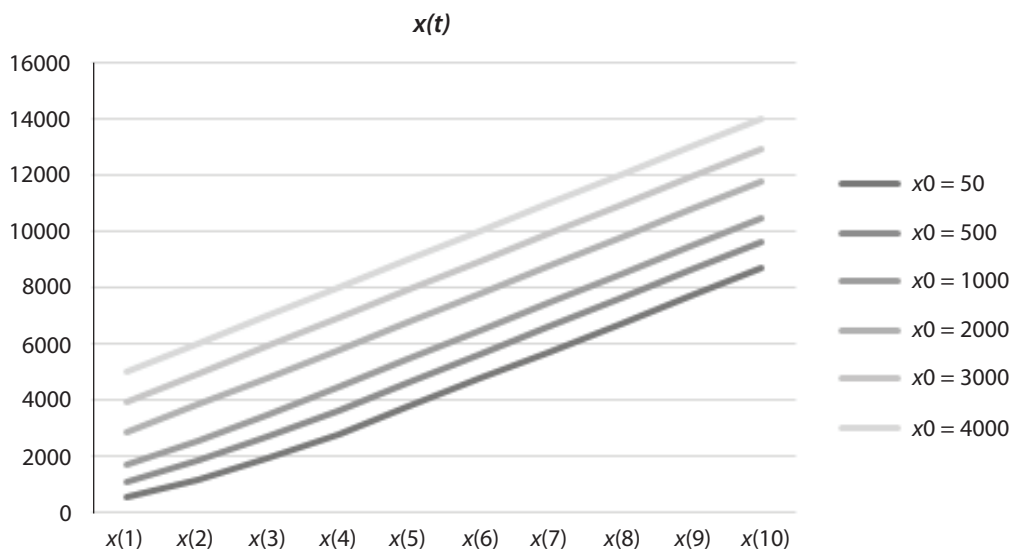


Рис. 12. Динаміка капіталу банку залежно від різних обсягів капіталу на початок періоду керування

ВИСНОВКИ

Таким чином, були отримані оптимальні кредитна та депозитна ставка, при яких досягається максимальний капітал на кінець періоду керування комерційного банку, що є важливою задачею для банків відповідно до стабілізаційних заходів, рекомендованих стандартом Базель III.

Наукова новизна статті полягає у формалізації припущень в потоковій моделі банку, що не враховує запізнь в термінах повернення кредитів, побудові та аналізі такої моделі, постановці задачі максимізації капіталу на кінець періоду та її чисельному розв'язку.

Результати роботи можуть бути використані для ілюстрації кредитно-депозитної діяльності комерційного банку, максимальної оцінки капіталу комерційного банку залежно від ринкових умов та для подальшої розробки на їх основі моделей банківської діяльності та постановки завдань керування банком, що враховуватимуть запізнення в термінах повернення кредитів та депозитів. ■

ЛІТЕРАТУРА

1. Anderson R. The influence of product age on pricing decisions: An examination of bank deposit interest rate setting / R. Anderson, J. K. Ashton, R. S. Hudson // *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*. – Elsevier, 2014. – Volume 31. – P. 216 – 230.
2. Arping S. Bank Competition, Loan Pricing, and Financial Stability / S. Arping. – 2013 [Electronic resource]. – Mode of access: <http://ssrn.com/abstract=2306513>
3. Voloshyn I. V. Integrated Risk Management in a Commercial Market-Maker Bank Using the «Cash Flow at Risk» Approach / I. V. Voloshyn, M. I. Voloshyn. – 2013 [Electronic resource]. – Mode of access: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2205570
4. Волошин І. В. Ціноутворення роздрібних вкладів з урахуванням ризику перевкладення / І. В. Волошин // *Вісник Національного банку України*. – К.: Національний Банк України, 2011. – № 6 (184). – С. 32 – 35.
5. Wruuk P. Pricing in retail banking / P. Wruuk // *Scope for boosting customer satisfaction*. – Frankfurt am Main: Deutsche Bank AG, 2013. – P. 1 – 20.

6. Гришин А. Г. Постановка задачі оптимізації управління комерційним банком / А. Г. Гришин, Д. В. Козак, А. В. Умрик, В. І. Іваненко // *Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт»*. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2001. – Ч. 2. – С. 154 – 157.

7. Гришин О. Г. Стратегічне планування та керування діяльністю банківської установи на основі математичної моделі комерційного банку / О. Г. Гришин // *Економіка та підприємництво*. – К.: КНЕУ, 2004. – Вип. 12. – С. 261 – 266.

8. Дрозд А. О. Керування основною діяльністю банку із власним капіталом, достатнім для задоволення максимального попиту на кредити / А. О. Дрозд // *Матеріали II Міжнародної конференції молодих вчених EM-2011*. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2011. – С. 244 – 245.

9. Дрозд А. О. Оптимальні кредитні та депозитні ставки багатопродуктового комерційного банку / А. О. Дрозд, В. О. Капустян // *Економічний вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут»*. – К.: ВПК «Політехніка», 2013. – № 10. – С. 537 – 542.

10. Drozd A. Optimal Behavior of the Bank with Capital Sufficiency for Meeting Demand on Its Loans / A. Drozd // *Collection of Papers 2012*. – Prague: Oeconomica Publishing house, 2012. – P. 17 – 27.

11. Дрозд А. О. Ефективне керування рекламними витратами банку / А. О. Дрозд, В. О. Капустян // *Економіка та держава*. – Київ: ТОВ «Редакція журналу «Економіка та держава», 2010. – № 6. – С. 65 – 67.

12. Іваненко В. І. До управління фінансами в комерційних банках / В. І. Іваненко, О. В. Куц, О. Г. Гришин // *Моделювання та інформаційні системи в економіці*. – К.: КНЕУ, 2007. – Т. 84. – С. 220 – 230.

13. Капустян В. О. Оптимальні кредитні та депозитні ставки двопродуктового комерційного банку / В. О. Капустян, А. О. Дрозд // *Збірник наукових праць «Економічний аналіз»*. – Вип. 11, ч. 1. – Тернопіль: ВПЦ ТНЕУ «Економічна думка», 2012. – С. 356 – 361.

14. Капустян В. О. Моделювання прибутку банківської установи в умовах кризи / В. О. Капустян, К. О. Ільченко // *Бізнес Інформ*. – Харків: Видавничий дім «ІНЖЕК», 2010. – № 4. – С. 92 – 95.

15. Klein M. A. Theory of banking firm / M. A. Klein // *Journal of Money*. – Ohio: Ohio State University Press, 1971. – Vol. 3. – P. 205 – 218.

16. Lim C. Y. Bank accounting conservatism and bank loan pricing / C. Y. Lim [et al.] // *Journal of Accounting and Public Policy*. – Elsevier, 2014. – Volume 33, Issue 3. – P. 260 – 278.

17. Marrouch W. Bank Pricing Under Oligopsony-Oligopoly: Evidence from 103 Developing Countries / W. Marrouch, R. Turk Ariss // BOFIT Discussion Paper. – Helsinki : Bank of Finland, 2012. – No. 1 [Electronic resource]. – Mode of access : <http://ssrn.com/abstract=2004294>

18. Monti M. Deposit, credit, and interest rate determination under alternative bank objectives / M. Monti // *Mathematical methods of finance*. – Amsterdam, North-Holland, 1972. – P. 430 – 454.

19. Осипенко Д. В. Динамічна модель комерційного банку / Д. В. Осипенко // *Фінанси України*. – К. : Міністерство фінансів України, 2005. – № 11. – С. 87 – 92.

20. Pan L. RAROC Loan Pricing Model Based on Corporate loan Perspective / L. Pan, D. Jiang // *Systems Engineering*. – Hunan : Hunan University, 2014. – Vol. 3 [Electronic resource]. – Mode of access : http://en.cnki.com.cn/Article_en/CJFDTOTAL-GCXT201403007.htm

Науковий керівник – Капустян В. О., доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри математичного моделювання економічних систем Київського національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут»

REFERENCES

Anderson, R., Ashton, J. K., and Hudson, R. S. "The influence of product age on pricing decisions: An examination of bank deposit interest rate setting". *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, vol. 31 (2014): 216-230.

Arping, S. "Bank Competition, Loan Pricing, and Financial Stability". <http://ssrn.com/abstract=2306513>

Drozd, A. O. "Keruvannia osnovnoiu diialnistiu banku iz vlasnym kapitalom, dostatnim dlia zadovolennia maksimalnogo popytu na kredyty" [Control of the main activities of the bank's own capital sufficient to meet peak demand for loans]. // *Mizhnarodna konferentsiia molodykh uchenykh EM-2011*. Lviv: Vyd-vo Lvivskoi politekhniki, 2011.244-245.

Drozd, A. O., and Kapustian, V. O. "Optymalni kredytni ta depozytni stavky bahatoproduktovoho komertsiiinoho banku" [Optimal lending and deposit rates multiproduct commercial bank]. *Ekonomichnyi visnyk NTU «KPI»*, no. 10 (2013): 537-542.

Drozd, A. "Optimal Behavior of the Bank with Capital Sufficiency for Meeting Demand on Its Loans". In *Collection of Papers 2012*, 17-27. Prague: Oeconomica Publishing house, 2012.

Drozd, A. O., and Kapustian, V. O. "Efektyvne keruvannia reklamnymy vytratamy banku" [Effective control advertising expenditures of the bank]. *Ekonomika ta derzhava*, no. 6 (2010): 65-67.

Grishin, A. G. "Postanovka zadachi optimizatsii upravleniia kommercheskim bankom" [Statement of the problem of optimization of management commercial bank]. *Vestnik NTU «KPI»*, vol. 2 (2001): 154-157.

Hryshyn, O. H. "Stratehichne planuvannia ta keruvannia diialnistiu bankivskoi ustanovy na osnovi matematychnoi modeli komertsiiinoho banku" [Strategic planning and management of banking institutions based on a mathematical model of the commercial bank]. *Ekonomika ta pidpriemnytstvo*, no. 12 (2004): 261-266.

Ivanenko, V. I., Kuts, O. V., and Hryshyn, O. H. "Do upravlinnia finansamy v komertsiiinykh bankakh" [To finance management in commercial banks]. In *Modeliuvannia ta informatsiini systemy v ekonomitsi*, 220-230. Kyiv: KNEU, 2007.

Kapustian, V. O., and Drozd, A. O. "Optymalni kredytni ta depozytni stavky dvoproduktovoho komertsiiinoho banku" [Optimal lending and deposit rates of commercial bank two-product]. *Ekonomichnyi analiz*, vol. 1, no. 11 (2012): 356-361.

Kapustian, V. O., and Ilchenko, K. O. "Modeliuvannia prybutku bankivskoi ustanovy v umovakh kryzy" [Modeling profit banking institutions in crisis]. *Biznes Inform*, no. 4 (2010): 92-95.

Klein, M. A. "Theory of banking firm". *Journal of Money*, vol. 3 (1971): 205-218.

Lim, C. Y. et al. "Bank accounting conservatism and bank loan pricing". *Journal of Accounting and Public Policy*, vol. 33, no. 3 (2014): 260-278.

Marrouch, W., and Turk Ariss, R. "Bank Pricing Under Oligopsony-Oligopoly: Evidence from 103 Developing Countries". <http://ssrn.com/abstract=2004294>.

Monti, M. "Deposit, credit, and interest rate determination under alternative bank objectives". In *Mathematical methods of finance*, 430-454. Amsterdam: North-Holland, 1972.

Osypenko, D. V. "Dynamichna model komertsiiinoho banku" [The dynamic model of the commercial bank]. *Finansy Ukrainy*, no. 11 (2005): 87-92.

Pan, L., and Jiang, D. "RAROC Loan Pricing Model Based on Corporate loan Perspective". http://en.cnki.com.cn/Article_en/CJFDTOTAL-GCXT201403007.htm

Voloshyn, I. V. "Tsinoutvorennia rozdrubnykh vkladiv z urakhuvanniam ryzyku perevkladennia" [Pricing retail deposits from the risk of overage]. *Visnyk Natsionalnogo banku Ukrainy*, no. 6 (184) (2011): 32-35.

Voloshyn, I. V., and Voloshyn, M. I. "Integrated Risk Management in a Commercial Market-Maker Bank Using the "Cash Flow at Risk" Approach". http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2205570

Wruuk, P. "Pricing in retail banking" In *Scope for boosting customer satisfaction*, 1-20. Frankfurt am Main: Deutsche Bank AG, 2013.